

Prova de 1º e 2º Anos – 2ª fase

Gabarito

01. Sejam x e x_o , as posições do rapaz nos instantes t e $t = 0$, respectivamente. As posições da sombra nesses instantes são designadas por s e s_o (veja figura)

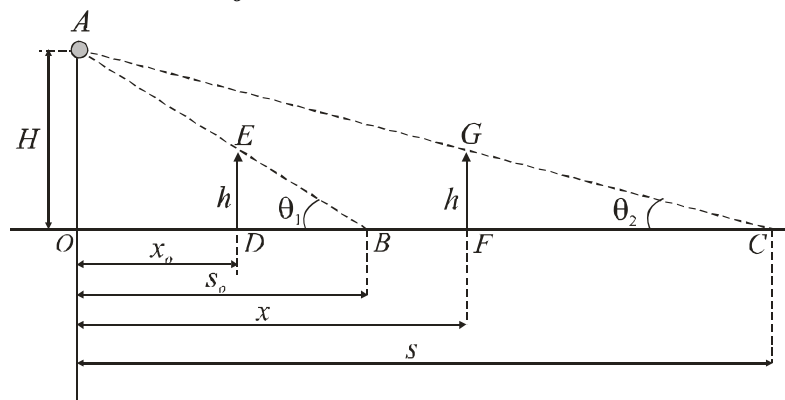


Fig. 1

Do triângulo OAB obtemos $\cotg \theta_1 = \frac{s_o}{H} \Rightarrow s_o = H \cotg \theta_1$ (1)

Analogamente, do triângulo OAC, obtemos $s = H \cotg \theta_2$ (2)

Do triângulo BDE obtemos $\cotg \theta_1 = \frac{s_o - x_o}{h}$.

Substituindo esta expressão em (1) obtemos: $s_o = H \frac{s_o - x_o}{h}$, o que resulta em $s_o = \frac{H}{H - h} x_o$ (3)

Fazendo os mesmos cálculos para o triângulo CFG e a expressão (2) obtemos:

$$s = \frac{H}{H - h} x$$
 (4)

Assim, de (3) e (4) chegamos a:

$$s - s_o = \frac{H}{H - h} (x - x_o)$$

Como o rapaz caminha com velocidade constante v , a equação horária que descreve seu movimento é:

$$x = x_o + vt, \text{ de modo que } (x - x_o) = vt.$$

O movimento da sombra será, portanto, descrito pela equação

$$s = s_o + \left(\frac{H}{H - h} \right) vt,$$

que varia linearmente com o tempo. Assim, este movimento também é retilíneo e uniforme com velocidade.

$$v_s = \left(\frac{H}{H - h} \right) v$$

02. Colocando o eixo Oy orientado para cima, com a origem no topo do edifício, a equação horária para a 1ª bola será:

$$y_1 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Substituindo os valores, teremos

$$y_1 = 2t - 5t^2 \quad (1)$$

Para a segunda bola:

$$y_2 = -v_0(t - \Delta t) - \frac{1}{2} g(t - \Delta t)^2 \quad (2)$$

Substituindo pelos valores fornecidos,

$$y_2 = -2(t - 1) - 5(t - 1)^2$$

Que reduz a

$$y_2 = -5t^2 + 8t - 3 \quad (3)$$

a) Usando (1) e (3), a distância relativa entre as bolas será:

$$\Delta y = y_2 - y_1 = 6t - 3$$

Esta equação só é válida para $t \geq 1s$, pois antes disso a bola 2 ainda não foi lançada. Como se vê, a distância varia linearmente com o tempo. Isto significa que a velocidade relativa é constante e tem o valor igual a $v_r = 6 \text{ m/s}$.

Observação: é interessante notar que Δy será sempre positivo. Isto significa que a segunda bola estará sempre atrás da primeira, isto é, ela permanecerá numa posição mais alta que a primeira (note que a origem do sistema de coordenadas foi posicionada no topo do edifício).

b) Podemos observar da equação (2) que, para $\Delta t = 0$:

$$y_2 = -v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = -2t - 5t^2$$

Assim, $\Delta y = y_2 - y_1 = -4t$

A velocidade relativa será, portanto $v_r = -4 \text{ m/s}$.

Observação: Note que, para este caso, Δy será sempre negativo. Isto significa que a segunda bola estará sempre numa posição mais baixa que a primeira e o vetor velocidade relativa apontará para baixo. Daí o sinal negativo de v_r .

03. Colocando a origem do sistema de referência no orifício inferior e denominando v_i e v_s as velocidades de saída do líquido dos orifícios inferior e superior respectivamente, as equações horárias para uma pequena porção de líquido serão dadas por:

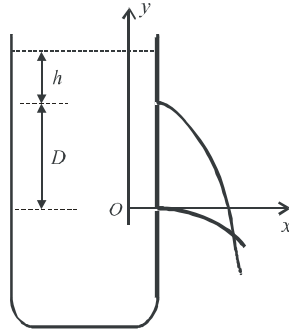


Fig. 2

Para o orifício inferior:

$$x_i = v_i t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x_i}{v_i} \quad (1)$$

$$y_i = -\frac{g}{2} t^2 \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2) obtemos

$$y_i = -\frac{g}{2} \left(\frac{x_i}{v_i} \right)^2$$

Como a água sai continuamente pelo orifício, o jato irá descrever uma curva descrita pela equação acima, isto é, uma parábola.

Para o orifício superior, teremos:

$$x_s = v_s t$$

$$y_s = D - \frac{g}{2} t^2$$

o que nos leva à equação:

$$y_s = D - \frac{g}{2} \left(\frac{x_s}{v_s} \right)^2$$

No ponto de encontro dos jatos, devemos ter

$$y_e = y_i = y_s$$

$$x_e = x_i = x_s$$

Assim

$$-\frac{g}{2} \left(\frac{x_e}{v_i} \right)^2 = D - \frac{g}{2} \left(\frac{x_e}{v_s} \right)^2$$

resultando em:

$$x_e = \sqrt{\frac{2D}{g} \frac{(v_i v_s)^2}{(v_i^2 - v_s^2)}} \quad (3)$$

e

$$y_e = \frac{D v_s^2}{v_s^2 - v_i^2} \quad (4)$$

Fica evidente desta ultima equação que, como $v_s < v_i$ então $y_e < 0$, o que significa que o ponto de encontro se dará abaixo do orifício inferior.

Resta ainda expressar os valores das velocidades em termos de h e D .

Do estudo de hidrodinâmica tem-se que:

$$v_i = \sqrt{2g(D+h)} \quad \text{e} \quad v_s = \sqrt{2gh}$$

Substituindo estes valores em (3) e em (4), obtemos:

$$x_e = 2\sqrt{h(h+D)} \quad \text{e} \quad y_e = -h$$

04. a) Considerando que as cordas e as roldanas envolvidas no problema são ideais, podemos afirmar que a tração na corda, produzida pela força F exercida na extremidade livre da corda, é transmitida integralmente por toda a extensão da mesma.

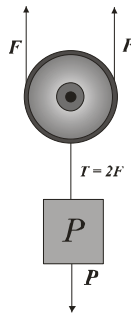


Fig. 3

Desta forma, pela figura, temos que $T = 2F$ e, usando as leis de Newton, temos que,

$$T - P = m a \Rightarrow 2F - P = \frac{P}{g} a \Rightarrow 2F = P(1 + a/g) \Rightarrow F = \frac{P}{2g}(a + g)$$

b) Para que o corpo esteja em equilíbrio estático, devemos ter $a = 0$. Assim,

$$2F - P = 0 \Rightarrow F = \frac{P}{2}$$

05. Descrevendo o movimento do corpo 1 no sistema de coordenadas Oxy da figura, temos:

$$\text{Em } y: N_1 = m_1 g \cos \alpha$$

$$\text{Em } x: m_1 a = m_1 g \sin \alpha - T - \mu m_1 g \cos \alpha$$

(1)

pois a força de atrito é dada por: $f_{at} = \mu N_1 = \mu m_1 g \cos \alpha$

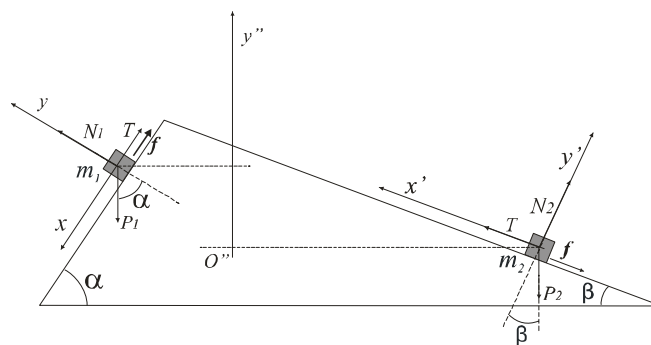


Fig. 4

Usando um sistema de coordenadas $O'x'y'$ para o corpo 2, teremos:

$$\text{Em } y': N_2 = m_2 g \cos \beta$$

$$\text{Em } x': m_2 a = -m_2 g \sin \beta + T - \mu m_2 g \cos \beta$$

$$T = m_2 a + m_2 g \sin \beta + \mu m_2 g \cos \beta$$

Substituindo esta última expressão em (1), obtemos:

$$a = \frac{g}{m_1 + m_2} [m_1 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - m_2 (\sin \beta + \mu \cos \beta)]$$

b) Para um eixo $O''y''$ apontando para cima e com origem na altura em que o corpo 2 se encontra no instante $t = 0$, temos

$$\text{Para o 1º corpo: } a_y = -a \sin \alpha$$

$$\text{Sua equação horária será: } y_1 = h + \frac{a_y}{2} t^2 = h - \frac{a \sin \alpha}{2} t^2$$

$$\text{Analogamente, para o corpo 2 teremos } y_2 = \frac{a \sin \beta}{2} t^2$$

Sabendo-se que no instante $t = \Delta t$, os corpos estarão à mesma altura,

$$y_1 = y_2 \Rightarrow h - \frac{a \sin \alpha}{2} \Delta t^2 = \frac{a \sin \beta}{2} \Delta t^2$$

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h}{a(\sin \alpha + \sin \beta)}}$$

Substituindo a expressão da aceleração obtida no item anterior,

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2h(m_1 + m_2)}{g(\sin \alpha + \sin \beta) [m_1 (\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - m_2 (\sin \beta + \mu \cos \beta)]}}$$

06.

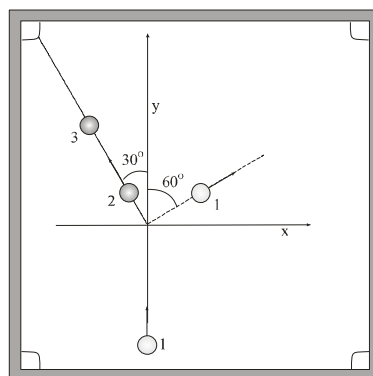


Fig. 5

a) Sobre a bola 1 atua uma força $F = 5 \text{ N}$, provocando uma aceleração a , dada por,

$$F = m_1 a \Rightarrow 5 = 0,2 a \Rightarrow a = 25 \text{ m/s}^2$$

Com esta aceleração, após 0,2s, a bola 1 terá uma velocidade v , dada por,

$$v = v_o + a t \Rightarrow v = 0 + 25 \cdot 0,2 \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}$$

A bola 1, ao se chocar com a bola 2, sofre uma colisão perfeitamente elástica. Desta forma, podemos dizer que os componentes do vetor momento linear são constantes, e assim,

$$\begin{cases} p_{ox} = p_x \Rightarrow 0 = m_1 v_1 \sin 60^\circ - m_2 v_2 \sin 30^\circ & (1) \\ p_{oy} = p_y \Rightarrow m_1 v = m_1 v_1 \cos 60^\circ + m_2 v_2 \cos 30^\circ & (2) \end{cases}$$

De (1), temos que:

$$m_1 v_1 \sin 60^\circ = m_2 v_2 \sin 30^\circ \Rightarrow v_1 \frac{\sqrt{3}}{2} = v_2 \frac{1}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{3} v_1 \quad (3)$$

De (2), temos que:

$$m_1 v_1 \cos 60^\circ + m_2 v_2 \cos 30^\circ = m_1 v \Rightarrow v_1 \frac{1}{2} + v_2 \frac{\sqrt{3}}{2} = 5 \quad (4)$$

Substituindo (3) em (4), obtemos, $v_1 = 2,5 \text{ m/s}$ e $v_2 = 2,5 \sqrt{3} \text{ m/s}$

Após a colisão da bola 1 com a bola 2, elas saem com velocidades, em módulo, iguais a $v_1 = 2,5 \text{ m/s}$ e $v_2 = 2,5 \sqrt{3} \text{ m/s}$

No choque entre as bolas 2 e 3, como as colisões são perfeitamente elásticas e as massas das bolas são iguais, haverá uma troca de velocidade entre elas, isto é, a bola 3 que estava parada sai com velocidade igual à da bola 2 ($v_2 = 2,5 \sqrt{3} \text{ m/s}$) e a bola 2 pára.

Assim, $v_3 = 2,5 \sqrt{3} \text{ m/s}$

b) Para a bola 3 atingir a caçapa, temos que $v_3 = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, onde Δs é a distância que a bola 3 irá deslocar-se até atingir a caçapa e Δt é o tempo gasto para isto.

Portanto,

$$v_3 = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 2,5 \sqrt{3} = \frac{\Delta s}{0,3} \Rightarrow \Delta s = 0,75 \sqrt{3} \text{ m}$$

07. Como existe um vínculo entre o garoto (g) e o barco (b), podemos resolver o problema usando o conceito de centro de massa (CM). Em relação a um referencial fixo nas margens, a posição x_{CM} do centro de massa é:

$x_{CM} = \frac{m x_g + M x_b}{m + M}$, onde x_g e x_b descrevem a posição do centro de gravidade do garoto e do barco respectivamente.

A velocidade do centro de massa é:

$$v_{CM} = \frac{m v + M v_b}{m + M}$$

Como não há força *externa* atuando sobre o sistema, a velocidade do CM permanece constante, isto é, nula.

Assim, se v é a velocidade do garoto, a velocidade do barco será:

$$v_b = -\frac{m}{M}v$$

O sinal negativo indica que o barco se move em sentido oposto ao do garoto.

b) No caso do barco ser trocado pelo navio, $M \gg m$, de modo que $v_N = 0$.

08.

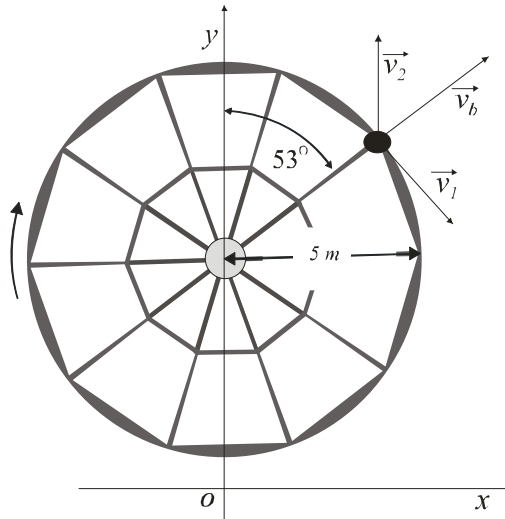


Fig. 6

Temos que a velocidade angular da roda gigante é: $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{10\pi} \Rightarrow \omega = \frac{1}{5} \text{ rad/s}$.

Assim, a velocidade da criança, no instante em que ela lança a bola tem módulo igual a:

$$v_1 = \omega R = 1 \text{ m/s}$$

Dessa forma, esta velocidade tem componentes:

$$\begin{cases} v_{1x} = v_1 \cos 53^\circ = 1 \cdot 0,6 = 0,6 \text{ m/s} \\ v_{1y} = v_1 \sin 53^\circ = 1 \cdot 0,8 = 0,8 \text{ m/s} \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_1 = 0,6 \hat{i} - 0,8 \hat{j} \text{ (m/s)}$$

Como a bola é lançada verticalmente, sua velocidade é: $\vec{v}_2 = 8,8 \hat{j} \text{ (m/s)}$.

Em relação a um referencial inercial localizado no solo (e passando pelo eixo da roda), podemos escrever a velocidade da bola como sendo a soma vetorial das duas velocidades, isto é,

$$\vec{v}_b = 0,6 \hat{i} + 8 \hat{j} \text{ (m/s)}$$

O movimento da bola é uma combinação de um movimento retilíneo uniforme, na direção x, e um movimento uniformemente variado, na direção y. Sendo assim, para o movimento da bola podemos escrever as equações do movimento,

$$x = x_o + v_{ox} t \quad \text{e} \quad y = y_o + v_{oy} t - \frac{g t^2}{2} \quad (1)$$

Pela figura 6, podemos calcular a posição da bola, em relação ao solo, no instante em que é lançada para cima, como

$$\begin{aligned}x_o &= 5 \sin 53^\circ \Rightarrow x_o = 4 \text{ m} \\y_o &= 6,6 + 5 \cos 53^\circ \Rightarrow y_o = 9,6 \text{ m}\end{aligned}$$

Para calcular a distância que a bola percorre na horizontal, precisamos determinar o tempo que a bola atinge o solo, que corresponde a $y = 0$. Usando (1),

$$0 = 9,6 + 8t - \frac{10t^2}{2} \Rightarrow 5t^2 - 8t - 9,6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2,4 \text{ s} \\ t_2 = -0,8 \text{ s} \end{cases}$$

onde desprezamos a solução negativa. Assim, a bola atinge o solo a uma distância horizontal do ponto de lançamento, dada por,

$$x = 4 + 0,6 \times 2,4 \Rightarrow x = 5,44 \text{ m}$$

09. Sobre o corpo de massa m atuam a força peso e a tração exercida pela corda

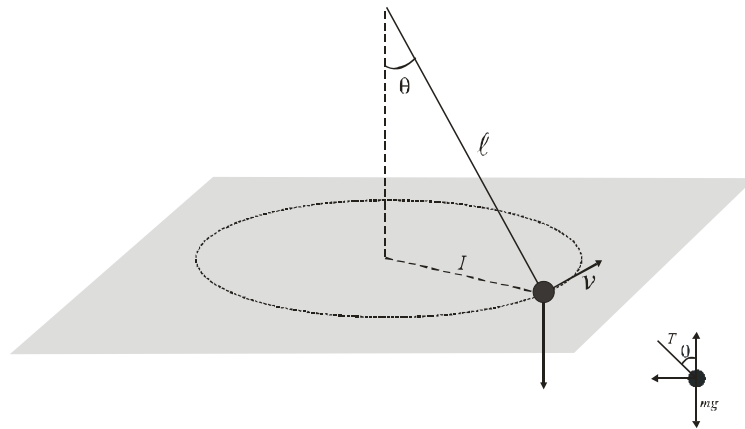


Fig. 7

Aplicando a 2ª lei de Newton na direção vertical, temos:

$$T \cos \theta = mg \quad (1)$$

Na direção radial, como o corpo executa um movimento circular, teremos:

$$T \sin \theta = \frac{mv^2}{r} \quad (2)$$

Dividindo membro a membro a equação (2) por (1), obtemos:

$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$$

Observe que $v = \omega r$ e que $r = l \sin \theta$. Substituindo estes valores na equação acima, obtemos:

$$\omega^2 = \frac{g}{l \cos \theta}. \text{ O período é dado por } P = \frac{2\pi}{\omega}$$

Logo:

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \theta}{g}}$$

10. a) A força de atrito é dada por $f_{at} = \mu N$, onde N é a força normal exercida pela superfície sobre o corpo. Observa-se da figura 9 que $N = P \cos \theta = m g \cos \theta$, de forma que $f_{at} = \mu_o x m g \cos \theta$, ou seja, a força de atrito é função crescente de x . O gráfico da força de atrito é mostrado na figura 8.

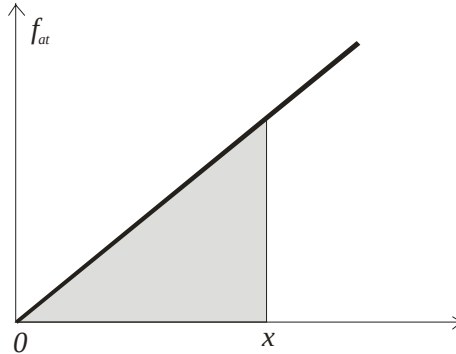


Fig. 8

O trabalho realizado pela força de atrito quando o corpo percorre uma distância x será dado pela área sobre a curva (área sombreada da figura), isto é:

$$W_{at} = \frac{f_{at} x}{2} \Rightarrow W_{at} = \frac{\mu_o m g \cos \theta x^2}{2}$$

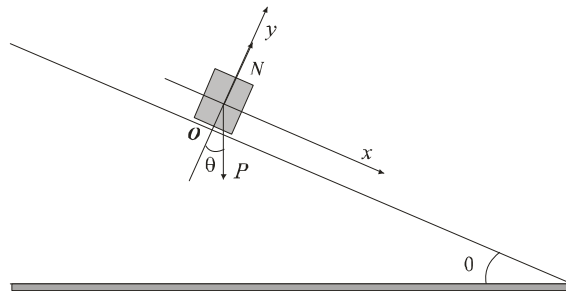


Fig. 9

b) A força total, paralela ao plano, que atua sobre o corpo é:

$$ma = P \sin \theta - f_{at} = m g \sin \theta - \mu_o x m g \cos \theta$$

Quando $x = d$, a aceleração é nula e assim:

$$m g \sin \theta - \mu_o d m g \cos \theta = 0$$

Logo
$$d = \frac{\tan \theta}{\mu_o}$$

c) Se $E_c(x)$ e $E_p(x)$ são, respectivamente, as energias cinética e potencial no ponto x , a conservação da energia total será expressa como:

$$E_p(0) + E_c(0) = E_p(d) + E_c(d) + W_{at}$$

Como o corpo parte do repouso, a energia cinética em $x=0$ é nula. Assim, a energia cinética em $x=d$ será:

$$E_c(d) = E_p(0) - E_p(d) - W_{at} = mgh - W_{at}$$

$$E_c(d) = mg d \sin\theta - \frac{\mu_o mg \cos\theta d^2}{2}$$

Substituindo o valor de d obtida no item anterior, obtemos:

$$E_c(d) = \frac{m g \sin^2\theta}{2\mu_o \cos\theta}$$

Como $E_c(d) \neq 0$, a bola não pára nesse ponto.

11. Ao ser mergulhado no líquido 1, o sólido fica sujeito à duas forças: a força peso, P , e o empuxo E_1 . A diferença entre essas duas forças nos dá o peso aparente do sólido, ou seja,

$$P_1 = P - E_1$$

Mas, o empuxo E_1 é dado por: $E_1 = \rho_1 V g$, onde V é o volume de líquido 1 deslocado e que corresponde ao volume do sólido.

De maneira análoga, ao ser mergulhado no líquido 2, o sólido sofrerá a ação das duas forças: a força peso, P , e o empuxo E_2 . Assim,

$$P_2 = P - E_2$$

onde o empuxo E_2 é dado por: $E_2 = \rho_2 V g$.

Considerando que $P = \rho V g$, tem-se,

$$\begin{cases} P_1 = V g (\rho - \rho_1) \\ P_2 = V g (\rho - \rho_2) \end{cases} \Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho - \rho_1}{\rho - \rho_2} \Rightarrow \rho = \frac{P_1 \rho_2 - P_2 \rho_1}{P_1 - P_2}$$

12. Um diagrama esquemático do fluxo de energia em um refrigerador é mostrado na figura 10.

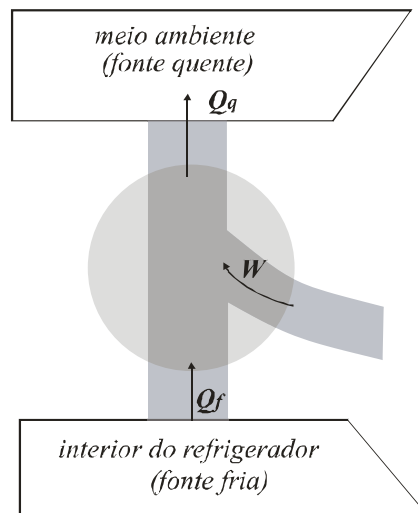


Fig. 10

Nele, Q_f indica a quantidade de calor retirado da fonte fria (no caso, a água), W o trabalho realizado pela fonte externa (no caso, o compressor) e Q_q o calor liberado para a fonte quente (meio ambiente) através do trocador de calor. Segundo a primeira lei da termodinâmica, devemos ter:

$$|Q_q| = |W| + |Q_f|$$

onde tomamos os módulos para garantir quantidades positivas no balanço de energia. Se a potência do refrigerador é P então, durante o tempo Δt , será realizado um trabalho sobre o sistema igual a:

$$|W| = P \Delta t,$$

Por outro lado, o calor retirado da água para alterar a temperatura de T_o para 0°C será:

$$Q_a = mc(0 - T_o),$$

enquanto que, para transformar em gelo, será retirado $Q_L = mL$.

Como a densidade da água é de $1,0 \text{ kg}/\ell$, logo ℓ litros de água corresponde a uma massa igual a $m = \ell \text{ kg}$.

Assim, a quantidade de calor retirado da fonte fria será:

$$|Q_f| = \ell c T_o + \ell L$$

e o calor liberado para o meio ambiente será:

$$|Q_q| = P \Delta t + \ell c T_o + \ell L$$

13. Temos que a dilatação em cada barra é dada por:

$$\begin{cases} \Delta \ell_1 = \alpha_1 \ell_1 \Delta T \\ \Delta \ell_2 = \alpha_2 \ell_2 \Delta T \end{cases}$$

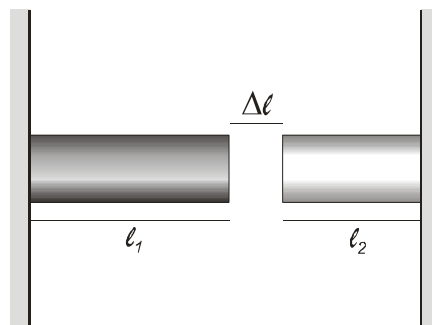


Fig. 11

Como

$$\Delta \ell = \Delta \ell_1 + \Delta \ell_2 \Rightarrow \Delta \ell = \alpha_1 \ell_1 \Delta T + \alpha_2 \ell_2 \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\Delta \ell}{\alpha_1 \ell_1 + \alpha_2 \ell_2}$$

14. Suponha que as duas lâminas tenham, à temperatura T , o mesmo comprimento ℓ_o . Ao serem aquecidas, ambas sofrerão dilatação térmica e terão novos comprimentos dados por:

$$\ell_1 = \ell_o(1 + \alpha_1 \Delta T) \quad \text{e} \quad \ell_2 = \ell_o(1 + \alpha_2 \Delta T) \quad (1)$$

Como estão coladas uma na outra e como a lâmina 2 dilata mais do que a 1 (pois $\alpha_2 > \alpha_1$), a lâmina resultante irá se curvar em um arco de circunferência, cujo raio da lâmina externa é R_2 e da lâmina interna é R_1 . Ambas subtendem o mesmo ângulo θ dado por:

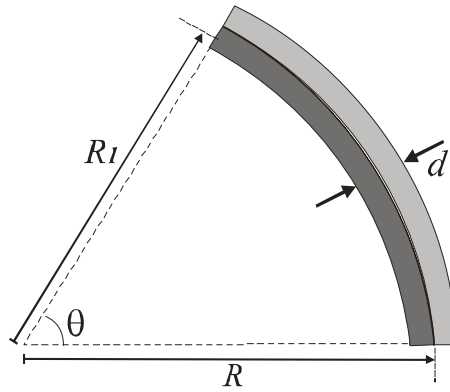


Fig. 12

$$\theta = \frac{\ell_1}{R_1} = \frac{\ell_2}{R_2} \quad \Rightarrow \quad R_2 = \frac{\ell_2}{\ell_1} R_1 \quad (2)$$

Como $R_2 = R_1 + \frac{d}{2}$ então, usando (2), teremos:

$$R_1 = \frac{d}{2} \left(\frac{\ell_1}{\ell_2 - \ell_1} \right)$$

e usando (1):

$$R_1 = \frac{d}{2} \left[\frac{1 + \alpha_1 \Delta T}{(\alpha_2 - \alpha_1) \Delta T} \right]$$

O raio da junção é: $R = R_1 + \frac{d}{4}$, o que nos leva a:

$$R = \frac{d}{4} \left[\frac{2(1 + \alpha_1 \Delta T)}{(\alpha_2 - \alpha_1) \Delta T} + 1 \right]$$

15. Pela conservação da energia, temos que o calor cedido pelo corpo mais quente deve ser igual ao calor recebido pelo corpo mais frio. Desta forma, a soma do calor cedido com o calor recebido deve ser nula. Podemos então escrever que,

Mistura A B: $Q_A + Q_B = m_A c_A (T_{AB} - T_A) + m_B c_B (T_{AB} - T_B) = 0 ; m_A = m_B$
 $0,2 (40 - 50) + 0,1 (40 - T_B) = 0 \Rightarrow T_B = 20^\circ C$

Mistura A C: $Q_A + Q_C = m_A c_A (T_{AC} - T_A) + m_C c_C (T_{AC} - T_C) = 0 ; m_A = m_C$
 $0,2 (20 - 50) + 0,4 (20 - T_C) = 0 \Rightarrow T_C = 5^\circ C$

Mistura B C: $Q_B + Q_C = m_B c_B (T_{BC} - T_B) + m_C c_C (T_{BC} - T_C) = 0 ; m_B = m_C$
 $0,1 (T_{BC} - 20) + 0,4 (T_{BC} - 5) = 0 \Rightarrow T_{BC} = 8^\circ C$

16. A equação dos gases ideais é dada por $PV = nRT$

a) No processo $1 \rightarrow 2$ o volume varia linearmente com a temperatura. Da equação acima esta variação só é linear se P for mantido constante. Assim, este é um processo de expansão isobárica (mesma pressão), indicado no diagrama PV da figura abaixo, onde $P_1 = \frac{nRT_1}{V_1} = \frac{nRT_2}{V_2}$.

O processo $2 \rightarrow 3$ é isocórico (ou isovolumétrico), onde a pressão passa do valor P_1 acima para o valor $P_2 = \frac{nRT_1}{V_2}$. Note que, comparando as duas expressões da pressão, obtemos $P_1 > P_2$, pois $\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}$.

O processo $3 \rightarrow 1$ é isotérmico, de modo que a curva descrita é de uma função que varia com o inverso do volume. O gráfico PV destes processos é mostrado abaixo.

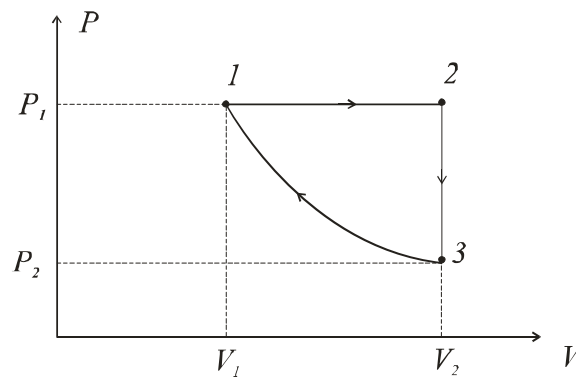


Fig. 13

b) Para descrever os processos de troca de calor, usamos a primeira lei da termodinâmica:

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W. \quad (1)$$

Note que para gases ideais a energia interna U é função crescente da temperatura

- Processo $1 \rightarrow 2$,

$$T_2 > T_1 \Rightarrow \Delta U > 0.$$

$$V_2 > V_1 \Rightarrow \Delta W > 0 \text{ (o sistema realiza trabalho na expansão } V_1 \rightarrow V_2 \text{ à pressão constante).}$$

Comparando com (1), devemos ter então $\Delta Q > 0$, ou seja, o sistema recebe calor.

- Processo $2 \rightarrow 3$,

$$V_2 \text{ é mantido constante} \Rightarrow \Delta W = 0, \text{ isto é, não há realização de trabalho}$$

$$T_3 = T_1 < T_2 \Rightarrow \Delta U < 0$$

Desta forma $\Delta Q < 0$, ou seja, o sistema libera calor.

- Processo $3 \rightarrow 1$

Este processo é isotérmico, de modo que $\Delta U = 0$. Assim $\Delta Q = \Delta W$. Contudo, como há uma compressão

$V_2 \rightarrow V_1$, logo $\Delta W < 0$, ou seja o meio realiza trabalho sobre o sistema. Desta forma $\Delta Q < 0$, isto é, o sistema cede calor para o meio.

17. Ao passar do negativo para o papel, a altura da imagem do goleiro foi ampliada $\frac{25}{3}$ vezes $\left(\frac{20 \text{ cm}}{24 \text{ mm}} = \frac{30 \text{ cm}}{36 \text{ mm}} = \frac{25}{3} \right)$. Assim, se no papel a altura do goleiro é de 2,5 cm, no negativo sua altura

deverá ser reduzida daquele fator.

Como a objetiva da câmera tem lente convergente, a imagem será real e invertida quando $p > f$. Desta forma, a altura da imagem será:

$$h_i = -\frac{3}{25} \times 2,5 \text{ cm} = -0,3 \text{ cm}$$

O aumento da lente é dado por $M = \frac{h'}{h} = -\frac{q}{p} = -\frac{1}{p\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{p}\right)}$, onde usamos a equação das lentes nesta

última passagem.

$$\text{Assim, } M = -\frac{f}{p-f}$$

Segundo os dados do problema, $p \gg f$, de maneira que $M = -\frac{f}{p}$.

A altura do objeto será, portanto $h = \frac{h'}{M} = -\frac{p}{f} h'$.

Substituindo os valores, obtemos $h = 180 \text{ cm} = 1,8 \text{ m}$.

18. Uma das condições para que haja reflexão total é que o meio onde o feixe é incidente seja mais refringente que o meio onde o feixe é refratado.

Assim, o feixe que incide em A não pode sofrer reflexão total na interface entre os meios 1 e 2, pois $n_1 < n_2$.

Contudo, este feixe passa para o meio 2 e pode sofrer reflexão total na passagem deste meio para o ar. Admitindo que o índice de refração do ar seja $n = 1$ o ângulo limite, acima do qual há reflexão total do feixe que incide em D (veja figura), é obtido da expressão $n_2 \sin \theta_{2L} = \sin 90^\circ$. Logo

$$\sin \theta_{2L} = \frac{1}{n_2} \quad (1)$$

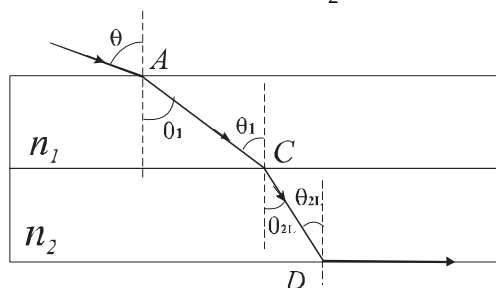


Fig. 14

Como as superfícies são paralelas, este é o valor do ângulo do feixe refratado em C. O ângulo incidente θ_1 , no meio 1, que provoca este desvio é obtido aplicando a lei da refração em C:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_{2L}.$$

Usando a expressão (1), obtemos:

$$\text{sen } \theta_1 = \frac{1}{n_1} \quad (2)$$

Contudo, este é o ângulo de refração do feixe que incide no ponto A. Se θ é o ângulo de incidência no ponto A, então, $\text{sen } \theta = n_1 \text{sen } \theta_1$. Usando (2), teremos:

$$\text{sen } \theta = 1 \Rightarrow \theta = 90^\circ$$

Este deve ser o ângulo para que o feixe incidente em A saia tangenciando a superfície oposta da barra. Como no enunciado admitimos que $\theta < 90^\circ$, logo não haverá reflexão total nas superfícies internas da barra.

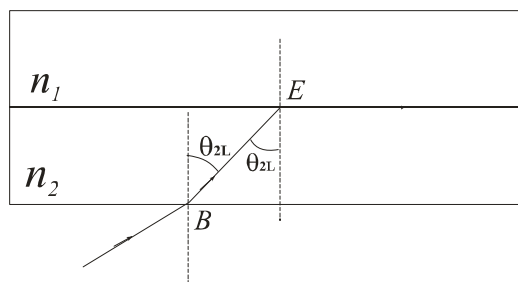


Fig. 15

Fazendo raciocínio semelhante chegaremos à conclusão de que não há maneira do feixe incidente em B também sofrer reflexão total na superfície oposta. Resta saber se há possibilidade do feixe proveniente de B sofrer reflexão total na interface entre os meios 1 e 2.

Para o ponto E, o ângulo limite será: $n_2 \text{sen } \theta_{2L} = n_1 \text{sen } 90^\circ \Rightarrow \text{sen } \theta_{2L} = \frac{n_1}{n_2} \quad (3)$

Usando a lei de refração no ponto B,

$$\text{sen } \theta = n_2 \text{sen } \theta_{2L}$$

Usando (3) chegamos a:

$$\text{sen } \theta = n_1$$

Como $n_1 > 1$, concluímos que não haverá reflexão total, pois, para que isso ocorresse seria necessário que $\text{sen } \theta > 1$, o que é um absurdo.

19. Da equação das lentes $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$, obtém-se:

$$q = \frac{p f}{p - f}.$$

Como $f < 0$, a lente é divergente e, se o objeto é real, a imagem é virtual. Isto pode ser visto na expressão acima. Como $p > 0$ (objeto real), o numerador é sempre negativo e o denominador sempre positivo.

Consequentemente $q < 0$. Desta forma, de acordo com os dados do problema devemos ter $q = -12 \text{ cm}$ e $f = -20 \text{ cm}$.

Substituindo estes valores na equação da lente, obtemos,

$$p = 30 \text{ cm}$$

Como a outra extremidade está a 10 cm da lente, o comprimento da barra é $L = 20 \text{ cm}$.

20. Como C é o centro de curvatura do espelho, a reta CB é a normal à superfície. Assim, o ângulo θ é o ângulo de incidência.

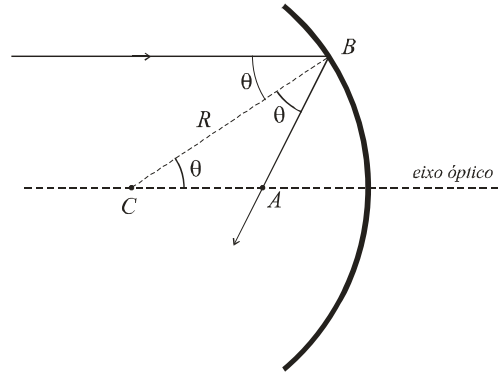


Fig. 16

Pela lei da reflexão, o raio refletido forma este mesmo ângulo com a normal, de modo que A é o ponto onde o feixe refletido cruza o eixo óptico.

Note também que o ângulo cujo vértice é C vale θ (ângulos alternos internos). Aplicando a lei dos senos no triângulo ABC, obtemos.

$$\frac{\overline{CA}}{\text{sen}\theta} = \frac{R}{\text{sen}(\pi - 2\theta)}$$

A distância do ponto C ao ponto onde o feixe cruza o eixo óptico será:

$$\overline{CA} = \frac{\text{sen}\theta}{\text{sen}(\pi - 2\theta)} R$$

Podemos simplificar esta expressão lembrando que

$$\text{sen}(\pi - 2\theta) = \text{sen}2\theta = 2\text{sen}\theta\cos\theta$$

Teremos então:

$$\overline{CA} = \frac{R}{2\cos\theta}$$

Para $\theta = 60^\circ$ e $\cos\theta = \frac{1}{2}$, logo $\overline{CA} = R$.

Para $\theta = 30^\circ$ e $\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, logo $\overline{CA} = \frac{R}{\sqrt{3}} \approx 0,58 R$.

Observação: Na condição paraxial, $\theta \ll 1$ e $\cos\theta \approx 1$, logo $\overline{CA} \approx \frac{R}{2} = f$.