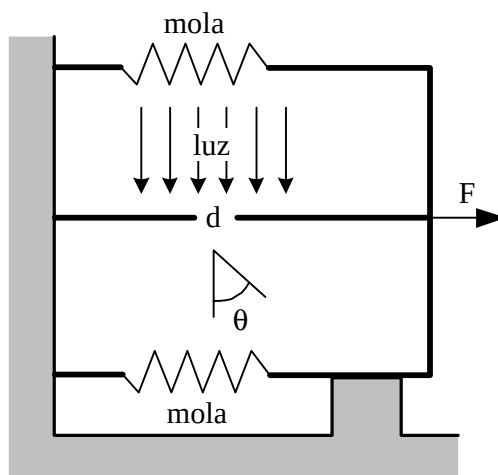


FÍSICA

1. A figura abaixo mostra uma fenda iluminada por uma luz de comprimento de onda λ . Com as molas não deformadas, o ângulo correspondente ao primeiro mínimo de difração é θ . Determine:
- a largura d da fenda com as molas não deformadas;
 - o valor da força F que deverá ser aplicada para que o ângulo correspondente ao primeiro mínimo de difração passe a ser $\theta/2$.
- Dado: constante elástica de cada mola: k .
OBS: despreze todas as forças de atrito.



RESOLUÇÃO:

1. No caso de fendas simples, os mínimos de interferência são obtidos para:

$$d \cdot \sin \theta = m \cdot \lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

Para o primeiro mínimo, considera-se $m = 1$, portanto: $d = \frac{\lambda}{\sin \theta}$

2. As duas molas associadas encontram-se em paralelo. Logo, a constante de mola equivalente é dada por: $k_{\text{equivalente}} = 2 \cdot k$

Desta forma, a deformação Δx para uma força F é dada por: $\Delta x = \frac{F}{2k}$

Para que o primeiro mínimo passe a estar em $\frac{\theta}{2}$, a fenda deverá ter a abertura igual a: $d' = \frac{\lambda}{\sin \frac{\theta}{2}}$

Assim, tem-se que: $d' = 2 \cdot d \cdot \cos \frac{\theta}{2}$

A deformação Δx é dada pela diferença entre d' e d , tal que: $d' - d = \Delta x$

$$2d \cos \frac{\theta}{2} - d = \frac{F}{2k}$$

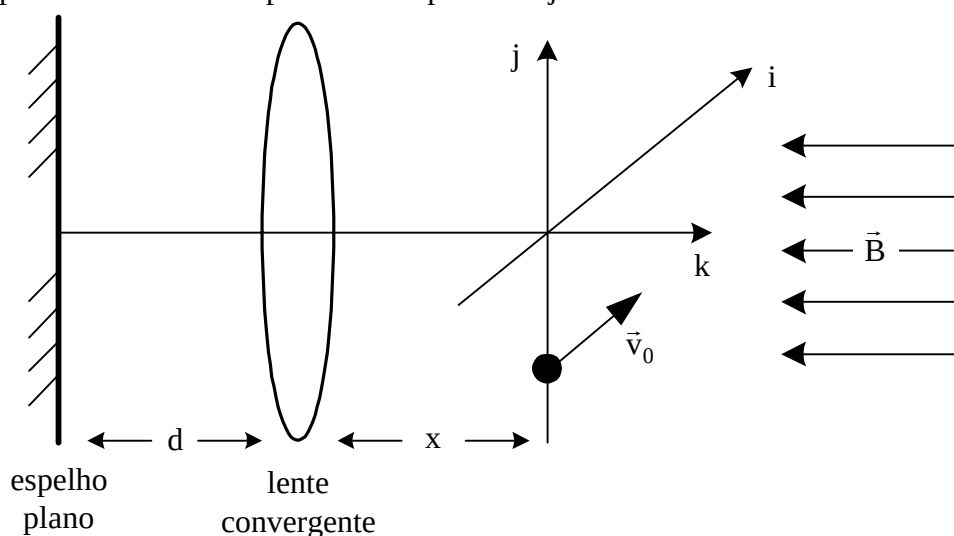
$$F = 2kd \left(2 \cos \frac{\theta}{2} - 1 \right)$$

$$F = 2k \cdot \frac{\lambda}{\sin \theta} \left(2 \cdot \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}} - 1 \right)$$

2. Uma partícula carregada está sujeita a um campo magnético $\vec{B}$ paralelo ao eixo k , porém com sentido contrário. Sabendo que sua velocidade inicial é dada pelo vetor $\vec{v}_0$, paralelo ao eixo i , desenhe a trajetória da imagem da partícula refletida no espelho, não deixando de indicar a posição inicial e o vetor velocidade inicial da imagem (módulo e direção). Justifique sua resposta.

Dados: os eixos i, j e k são ortogonais entre si;
distância focal da lente = f ($f < x$);
massa da partícula = m ;
carga da partícula = q .

OBS: o espelho e a lente estão paralelos ao plano $i - j$.



RESOLUÇÃO:

Vamos considerar $q > 0$

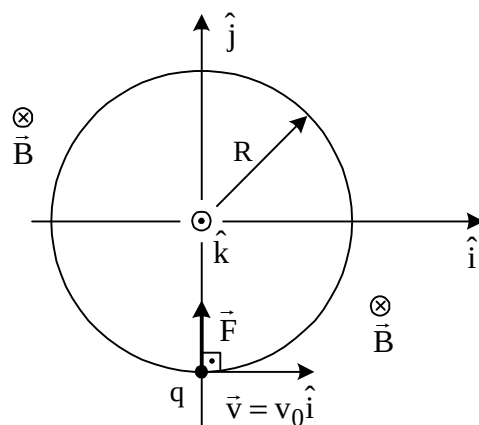
- Movimento do objeto

Como $\vec{v}$ é ortogonal a $\vec{B}$ e $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$

Obtemos (Regra da mão direita):

$$\vec{F} = |\vec{F}| \hat{j}$$

com $\vec{v}$ é ortogonal a $\vec{B}$ a trajetória é circular, conforme a figura.



$$R = \frac{mv_0}{|q|B}$$

• Movimento da imagem

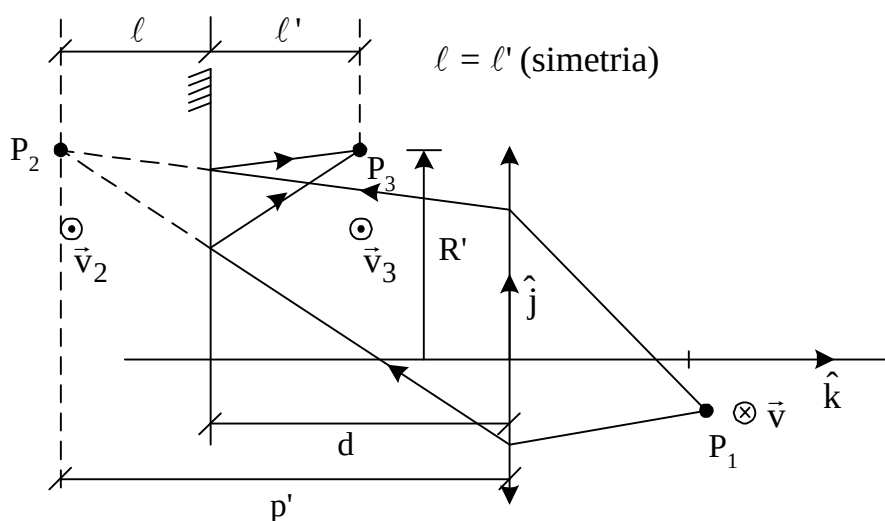
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'}, \text{ logo } \frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{p'}$$

$$\frac{1}{p'} = \frac{x-f}{fx} \Rightarrow p' = \frac{fx}{x-f}$$

Como $x > f \Rightarrow p' > 0$ (imagem real)

Vamos considerar $p' > d$

A imagem conjugada pela lente (P_2) é objeto virtual para o espelho, que conjuga P_3 , conforme esquema:



$$d + \ell = p', \text{ logo } \ell = p' - d$$

$$\ell = \frac{fx}{x-f} - d$$

A distância de P_3 à lente é: $\overline{OP_3} = d - \ell'$

$$\overline{OP_3} = d - \frac{fx}{x-f} + d = 2d - \frac{fx}{x-f}$$

$$z' = -(\overline{OP_3} + x) \Rightarrow z' = \frac{fx}{x-f} - 2d - x$$

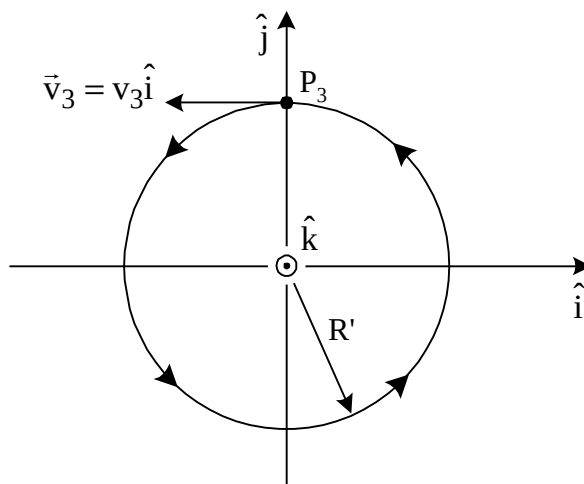
$$\text{Como } \frac{y'}{y} = \frac{-p'}{p}, \text{ temos: } \frac{y'}{(-R)} = \frac{\frac{fx}{x-f}}{x}; y' = R \cdot \frac{f}{x-f}$$

$$R' = |y'| \Rightarrow R' = \frac{f}{x-f} R \text{ e } x' = 0$$

Podemos aplicar a equação do aumento linear transversal também para os vetores velocidade:

$$\frac{y'}{y} = \frac{v_3}{v_0} = \frac{-p'}{p}, \text{ logo } v_3 = -v_0 \cdot \frac{x-f}{x}, v_3 = -v_0 \cdot \frac{f}{x-f}$$

A trajetória da imagem obedece à figura seguinte:



Caso $p' < d$, a solução é análoga, com $p' = \frac{fx}{x-f}$ $\ell' = d - p' = \ell$

$$\overline{OP_3} = d + \ell' \Rightarrow \overline{OP_3} = d + d - \frac{fx}{x-f}$$

$$z' = -(\overline{OP_3} + x)$$

$$\boxed{z' = \frac{fx}{x-f} - 2d - x} \text{ e } \frac{y'}{y} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{y'}{(-R)} = \frac{-\frac{fx}{x-f}}{x} \Rightarrow \boxed{y' = R' = R \frac{f}{x-f}}$$

3. A figura 1 ilustra um sistema de aquecimento de água em um reservatório industrial. Duas bombas hidráulicas idênticas são utilizadas, sendo uma delas responsável pela captação de água da represa, enquanto a outra realiza o fornecimento da água aquecida para o processo industrial. As bombas são alimentadas por uma única fonte e suas características de vazão versus tensão encontram-se na figura 2. O circuito de aquecimento está inicialmente desligado, de maneira que a temperatura da água no tanque é igual a da represa. Supondo que a água proveniente da represa seja instantaneamente misturada pelo agitador no tanque, que não haja dissipação térmica no tanque e que o sistema de aquecimento tenha sido acionado, determine:

1. a vazão das bombas, caso a tensão das bombas seja ajustada para 50 V;
2. a energia em joules fornecida pela resistência de aquecimento em 1 minuto ao acionar a chave S;
3. a temperatura final da água aquecida, após a estabilização da temperatura da água no tanque.

Dados: temperatura da água na represa: 20°C;
calor específico da água: $c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$;
densidade da água: $d_{\text{água}} = 1 \text{ g/cm}^3$;
 $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 8 \Omega$ e $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$.

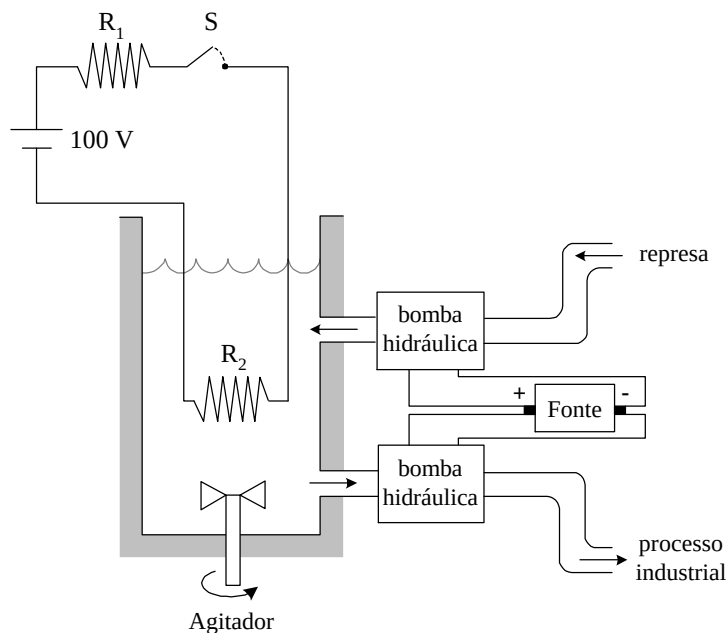


figura 1

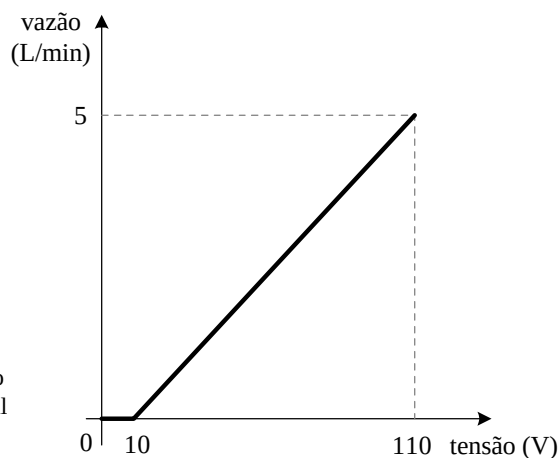


figura 2

RESOLUÇÃO:

1. Por análise do gráfico: $\frac{50-10}{110-10} = \frac{v-0}{5-0}$

Onde v é a vazão. Portanto: $v = 2,0 \text{ L/min}$

2. A resistência equivalente do circuito é dada por $r_{\text{equivalente}} = 2 + 8 = 10 \Omega$. Assim, a corrente no circuito é dada por: $i = \frac{100}{10} = 10 \text{ A}$

Desta forma, a energia dissipada em um minuto (60 segundos) na resistência de aquecimento R_2 é dada por: $E = R \cdot i^2 \cdot \Delta t \therefore E = 8 \cdot 10^2 \cdot 60 \therefore E = 48000 \text{ J}$

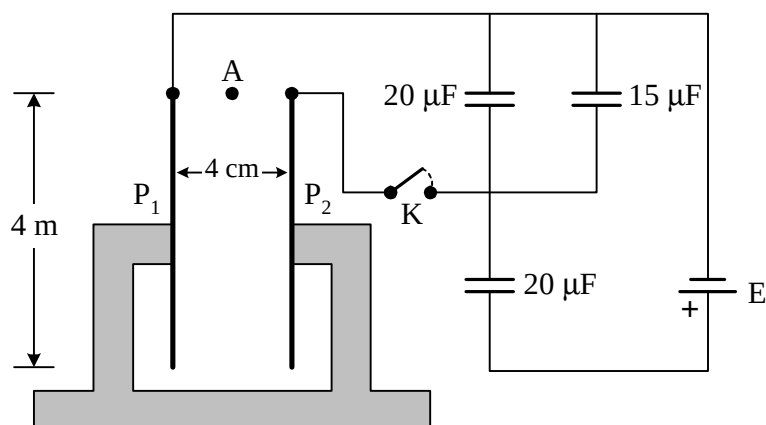
3. Considerando-se que os fluxos de água e de energia são tomados no intervalo de tempo igual a um minuto, tem-se que: $Q = m \cdot c \cdot \Delta \theta \therefore 48000 = 2000 \cdot 4,18 \cdot (\theta - 20) \therefore \theta \approx 25,7 \text{ }^\circ\text{C}$

4. A figura abaixo mostra duas placas metálicas retangulares e paralelas, com 4 m de altura e afastadas de 4 cm, constituindo um capacitor de $5 \mu\text{F}$. No ponto A, equidistante das bordas superiores das placas, encontra-se um corpo puntiforme com 2 g de massa e carregado com $+4 \mu\text{C}$.

O corpo cai livremente e após 0,6 s de queda livre a chave K é fechada, ficando as placas ligadas ao circuito capacitivo em que a fonte E tem 60 V de tensão. Determine:

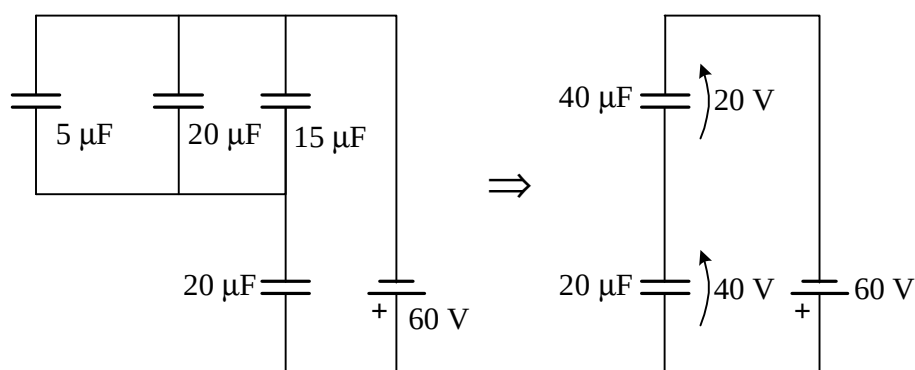
- com qual das placas o corpo irá se chocar (justifique sua resposta);
- a que distância da borda inferior da placa se dará o choque.

Dado: aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.



RESOLUÇÃO:

- Devido à polaridade da bateria e às ligações feitas, temos que a placa \$P_2\$ é positiva e a placa \$P_1\$ é negativa. Desta forma, a carga positiva irá se chocar com a placa negativa, ou seja, a placa \$P_1\$.
- Da figura tem-se que a associação de capacitores é dada por:



Assim, a tensão sobre o capacitor de \$5\ \mu\text{F}\$ (placas paralelas) será igual a \$U_{5\mu\text{F}} = 20\ \text{V}\$, pois sobre o capacitor equivalente a ddp é \$U_{40\mu\text{F}} = 20\ \text{V}\$.

Desta forma, ao se fechar a chave \$S\$, o campo elétrico \$\vec{E}\$, dentro das placas, terá módulo igual a:

$$E = \frac{U}{d} = \frac{20}{4 \cdot 10^{-2}} = 500 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Antes da chave fechar, a carga cai \$0,6\ \text{s}\$ a partir do repouso, sem a presença do campo elétrico, uma altura igual a: $h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \therefore h_{0,6\text{s}} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 0,6^2 \therefore \boxed{h_{0,6\text{s}} = 1,8\ \text{m}}$

E a velocidade vertical é dada por: \$v = g \cdot t = 10 \cdot 0,6 = 6\ \text{m/s}\$

A partir do momento em que a chave é fechada, a carga passa a executar um movimento uniformemente variado na horizontal, tal que o tempo para a colisão com a placa \$P_1\$ é dado por:

$$x = \frac{1}{2} \cdot a_{\text{elétrica}} \cdot t_{\text{colisão}}^2 \therefore 2 \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q \cdot E}{m} \cdot t_{\text{colisão}}^2 \therefore 2 \cdot 10^{-2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 500}{2 \cdot 10^{-3}} \cdot t^2 \Rightarrow t_{\text{colisão}} = 0,2\ \text{s}$$

A distância vertical a ser percorrida a partir desta posição é dada por:

$$h = 1,8 + 6,0,2 + \frac{1}{2} 10,0,2^2 = 3,2 \text{ m}$$

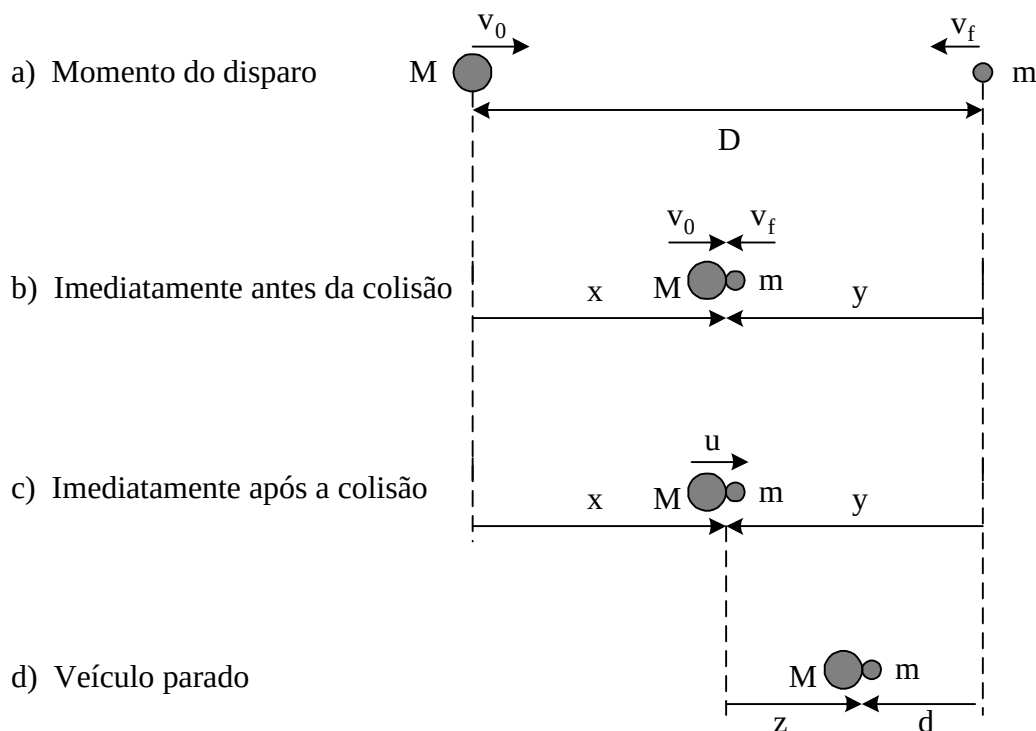
Desta forma, a distância da borda inferior será dada por: $d_{\text{borda inferior}} = 4 - 3,2 \therefore d = 0,8 \text{ m}$

5. Um tanque de guerra de massa M se desloca com velocidade constante v_0 . Um atirador dispara um foguete frontalmente contra o veículo quando a distância entre eles é D . O foguete de massa m e velocidade constante v_f colide com o tanque, alojando-se em seu interior. Neste instante o motorista freia com uma aceleração de módulo a . Determine:

- o tempo t transcorrido entre o instante em que o motorista pisa no freio e o instante em que o veículo para;
- a distância a que, ao parar, o veículo estará do local de onde o foguete foi disparado.

RESOLUÇÃO:

Temos as seguintes situações:



1. Como o sistema é isolado, pela conservação da quantidade de movimento ($\vec{Q} = \text{cte}$), temos:

$$p_I = p_F \Rightarrow Mv_0 - mv_f = (M + m).u \Rightarrow u = \frac{Mv_0 - mv_f}{M + m}$$

Para o tempo de parada do veículo:

$$v_{\text{final}} = u + a.t \Rightarrow 0 = \frac{Mv_0 - mv_f}{M + m} - a.t \Rightarrow t = \frac{(Mv_0 - mv_f)}{(M + m).a}$$

2. O foguete percorre a distância y até colidir com o veículo:

$$y = v_f.t_E, \text{ onde } t_E = \frac{D}{v_0 + v_f}$$

$$\text{Logo: } y = \frac{D.v_f}{v_0 + v_f}$$

A distância z percorrida pelo conjunto para parar será:

$$0^2 = u^2 - 2 \cdot a \cdot z \Rightarrow z = \frac{u^2}{2a} = \frac{1}{2a} \left(\frac{Mv_0 - mv_f}{M+m} \right)^2$$

Então, a distância do veículo ao parar até a posição de disparo será:

$$d = |y - z| \Rightarrow d = \left| \frac{D \cdot v_f}{v_0 + v_f} - \frac{(Mv_0 - mv_f)^2}{2a(M+m)^2} \right|$$

Considerando o caso em que a quantidade de movimento do foguete seja maior que a do veículo, temos:

$$d = \frac{D \cdot v_f}{v_0 + v_f} + \frac{(Mv_0 - mv_f)^2}{2a(M+m)^2}$$

6. Um tanque contém 2 líquidos imiscíveis, L_1 e L_2 , com massas específicas ρ_1 e ρ_2 , respectivamente, estando o líquido L_2 em contato com o fundo do tanque. Um cubo totalmente imerso no líquido L_1 é solto e, após 2 segundos, sua face inferior toca a interface dos líquidos. Sabendo que a distância percorrida pelo cubo desde o instante em que é solto até tocar o fundo do tanque é de 31 m, pede-se:

- esboce o gráfico da velocidade v do cubo em função da distância percorrida pelo mesmo, para todo o percurso;
- mostre, no gráfico, as coordenadas dos pontos correspondentes às seguintes situações: (a) a face inferior do cubo toca a interface dos líquidos; (b) a face superior do cubo toca a interface dos líquidos e (c) o cubo toca o fundo do tanque.

Dados: $\rho_1 = 2.000 \text{ kg/m}^3$ e $\rho_2 = 3.000 \text{ kg/m}^3$;

massa específica do cubo: $\rho_{\text{cubo}} = 4.000 \text{ kg/m}^3$;

volume do cubo: $V_{\text{cubo}} = 1 \text{ m}^3$;

aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

RESOLUÇÃO:

- 1a. Intervalo $0 \leq h \leq 10 \text{ m}$

Determinemos inicialmente a aceleração do cubo no líquido 1:

$$a_1 = \frac{P - E_1}{m} = \frac{P - \rho_1 \cdot V_{\text{cubo}} \cdot g}{m} \Rightarrow a_1 = \frac{4000 \cdot 1 \cdot 10 - 2000 \cdot 1 \cdot 10}{4000 \cdot 1} \Rightarrow a_1 = 5 \text{ m/s}^2$$

A altura que ele irá cair até atingir a interface entre os líquidos ($t = 2 \text{ s}$) é dada por:

$$h = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (2)^2 \Rightarrow h = 10 \text{ m}$$

A velocidade em função da altura de descida x é dada por:

$$v^2 = 2 \cdot 5 \cdot x \rightarrow v = \sqrt{10 \cdot x} \text{ (Torricelli)}$$

$$x = 0 \Rightarrow v = 0 \text{ e } x = 10 \text{ m} \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

- 1b. Intervalo $10 \text{ m} < h \leq 11 \text{ m}$ (Cubo saindo do líquido 1 e penetrando no líquido 2).

A aceleração é dada por:

$$a = \frac{P - (E_1 + E_2)}{m} = \frac{P - (\rho_1 \cdot V_1 + \rho_2 \cdot V_2)g}{m}$$

Mas:

$$V_1 + V_2 = V_{\text{cubo}}$$

$$V_1 = S_{\text{base}}(1-x) = (1-x)$$

$$V_2 = S_{\text{base}} \cdot x = x$$

Onde x é a profundidade de penetração do cubo no líquido 2. A área da base do cubo (S_{base}) é igual a 1 m^2 .

Assim, podemos escrever que:

$$a = \frac{40000 - (2000 \cdot (1-x) + 3000 \cdot x)10}{4000} \Rightarrow a = 5 - 2,5 \cdot x$$

Desta forma, a força é dada por:

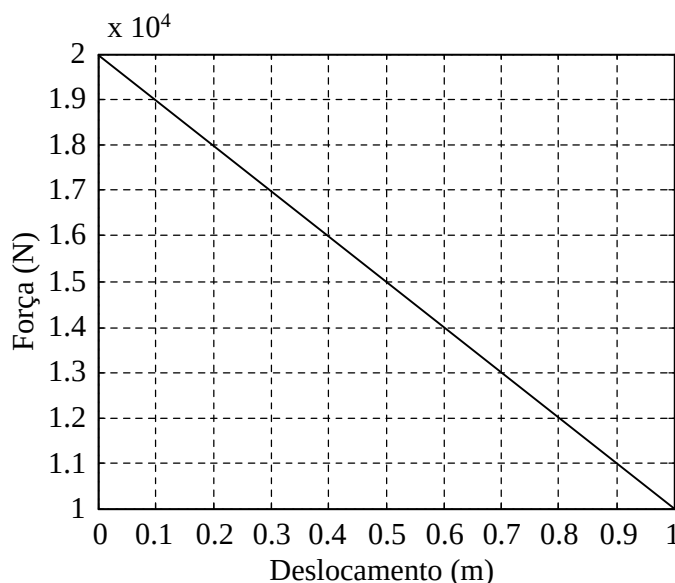
$$F = m \cdot a = 4000 \cdot (5 - 2,5 \cdot x)$$

Utilizando o teorema da energia cinética, tem-se que a variação da energia cinética é igual ao trabalho da força resultante, ou seja:

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{final}}^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{inicial}}^2 = \tau_{\text{resultante}}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{\text{final}}^2 - 2 \cdot 10^5 = \tau_{\text{resultante}}$$

O trabalho da resultante $\tau_{\text{resultante}}$ é igual à área sob a curva F versus d , assim:



Para uma profundidade de penetração x qualquer entre 0 e 1 m, o trabalho da resultante é dado por:

$$\tau_{\text{resultante}} = 2 \cdot 10^4 \cdot x - \frac{10^4 \cdot x^2}{2}$$

Portanto, tem-se que, para $0 < x \leq 1 \text{ m}$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - 2 \cdot 10^5 = 2 \cdot 10^4 \cdot x - \frac{10^4 \cdot x^2}{2} \Rightarrow 2000 \cdot v^2 = 2 \cdot 10^4 \cdot x - \frac{10^4 \cdot x^2}{2} + 2 \cdot 10^5 \Rightarrow$$

$$v^2 = 100 + 10 \cdot x - 2,5 \cdot x^2 \Rightarrow v = \sqrt{100 + 10 \cdot x - 2,5 \cdot x^2}$$

$$x = 0 \text{ (h = 10 m)} \Rightarrow v = 10 \text{ m/s e } x = 1 \text{ m (h = 11 m)} \Rightarrow v = \sqrt{107,5} \text{ m/s}$$

1c. Intervalo $11 \text{ m} < h \leq 31 \text{ m}$

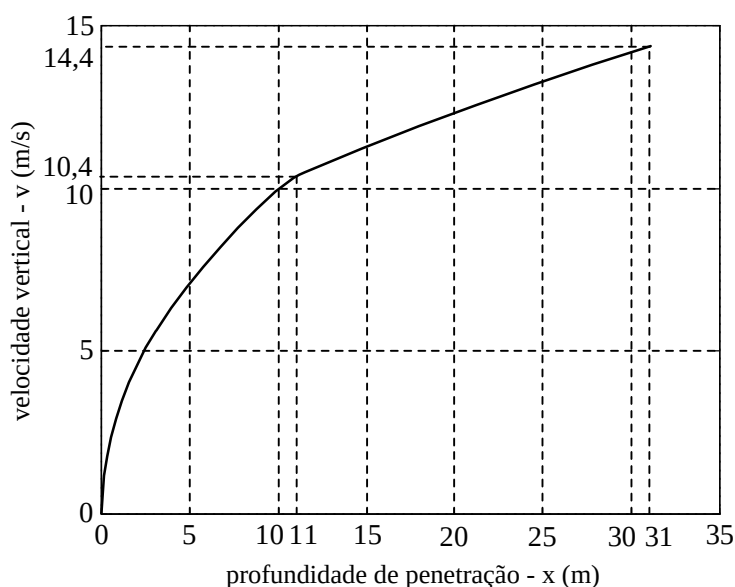
Novamente, utilizando a equação de Torricelli, tem-se que:

$$v^2 = v_{11 \text{ m}}^2 + 2,2,5.h = 107,5 + 5.x \Rightarrow v = \sqrt{107,5 + 5.x}$$

Onde $0 < x \leq 20 \text{ m}$

$$x = 0 \text{ (} h = 11 \text{ m)} \Rightarrow v = \sqrt{107,5} \text{ m/s e } x = 20 \text{ m (} h = 31 \text{ m)} \Rightarrow v = \sqrt{207,5} \text{ m/s}$$

Tem-se então, o seguinte gráfico:



2. Situação a: Face inferior do cubo toca a face dos líquidos ($h = 10 \text{ m}$).

$$v = 10 \text{ m/s}$$

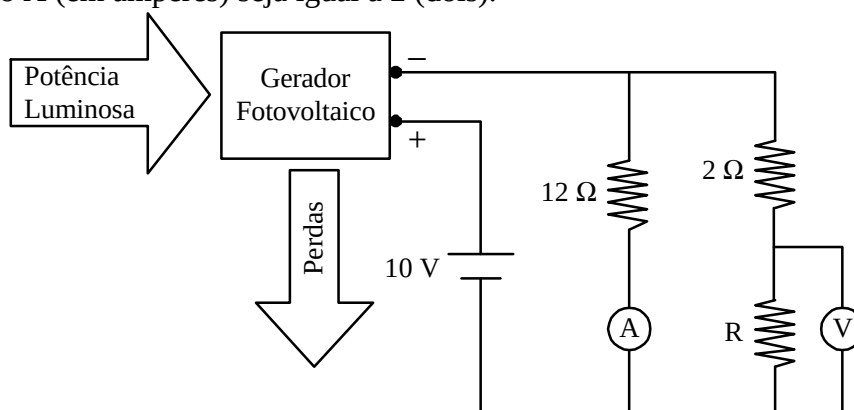
Situação b: Face superior do cubo toca a interface dos líquidos ($h = 11 \text{ m}$).

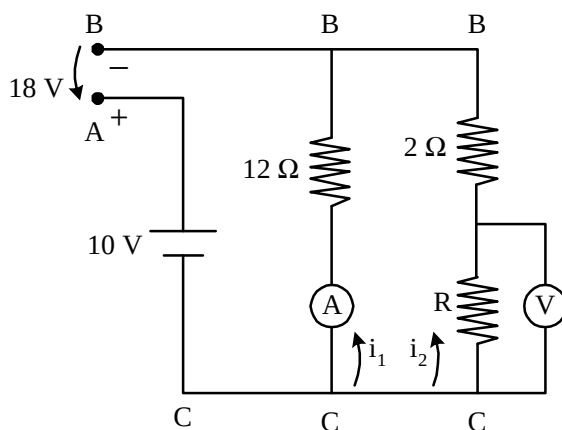
$$v = \sqrt{107,5} \text{ m/s} \approx 10,4 \text{ m/s}$$

Situação c: Cubo toca o fundo ($h = 31 \text{ m}$).

$$v = \sqrt{207,5} \text{ m/s} \approx 14,4 \text{ m/s}$$

- 7.** A figura abaixo mostra o esquema de um gerador fotovoltaico alimentando um circuito elétrico com 18 V . Sabendo que a potência solicitada na entrada do gerador (potência luminosa) é de 100 W , determine o rendimento do gerador na situação em que a razão dos valores numéricos da tensão e da corrente medidos, respectivamente, pelo voltímetro V (em volts) e pelo amperímetro A (em ampéres) seja igual a 2 (dois).



RESOLUÇÃO:


Pela lei de Ohm, temos: $V_{CB} = 12 \cdot i_1$ (i)

$$V_{CB} = (R + 2) \cdot i_2 \quad (\text{ii})$$

Além disso, $V_{CB} = V_{CA} + V_{AB} \Rightarrow V_{CB} = -10 + 18 = 8 \text{ V}$ (iii)

A leitura do voltímetro é dada por: $V = R \cdot i_2$ (iv)

Como a razão entre a leitura do voltímetro (em volts) pela do amperímetro (em ampères) é igual a 2, temos: $\frac{V}{i_1} = 2 \Rightarrow V = 2 \cdot i_1$ (v)

De (i) e (iii), temos que: $12 \cdot i_1 = 8 \Rightarrow i_1 = \frac{2}{3} \text{ A}$

De (v): $V = 2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3} \text{ V}$

De (ii) e (iv), temos: $(R + 2) \cdot i_2 = 8 \Rightarrow V + 2 \cdot i_2 = 8 \Rightarrow 2 \cdot i_2 = \frac{20}{3} \Rightarrow i_2 = \frac{10}{3} \text{ A}$

Assim, a potência útil do gerador é dada por: $P_{\text{útil}} = V_{AB} \cdot (i_1 + i_2) \therefore P_{\text{útil}} = 18 \cdot 4 \therefore P_{\text{útil}} = 72 \text{ W}$

Logo, o rendimento do gerador é dado por: $\eta = \frac{P_{\text{útil}}}{P_{\text{total}}} \therefore \eta = \frac{72}{100} \therefore \boxed{\eta = 72\%}$

- 8.** Uma certa usina termoeletrica tem por objetivo produzir eletricidade para consumo residencial a partir da queima de carvão. São consumidas 7,2 toneladas de carvão por hora e a combustão de cada quilo gera $2 \cdot 10^7 \text{ J}$ de energia. A temperatura de queima é de 907°C e existe uma rejeição de energia para um riacho cuja temperatura é de 22°C . Estimativas indicam que o rendimento da termoeletrica é 75% do máximo admissível teoricamente. No discurso de inauguração desta usina, o palestrante afirmou que ela poderia atender, no mínimo, à demanda de 100.000 residências. Admitindo que cada unidade habitacional consome mensalmente 400 kWh e que a termoeletrica opera durante 29,63 dias em cada mês, o que equivale a aproximadamente $2,56 \cdot 10^6$ segundos, determine a veracidade daquela afirmação e justifique sua conclusão através de uma análise termodinâmica do problema.

RESOLUÇÃO:

Rendimento do ciclo de Carnot:

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q} \Rightarrow \eta = 1 - \left(\frac{22 + 273}{907 + 273} \right) \Rightarrow \eta = 1 - \frac{1}{4} \Rightarrow \eta = 75\%$$

Mas o rendimento da termoeletrica é 75% η . Assim:

$$\eta' = 75\% \cdot 75\% \Rightarrow \eta' = 56,25\%$$

Calculando a potência fornecida pela termoeletrica, temos:

$$P = \frac{7,2 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot 2 \cdot 10^7 \text{ J} \cdot 56,25}{3600 \text{ s} \cdot 1 \text{ kg} \cdot 100}$$

$$P = 2,25 \cdot 10^7 \text{ W}$$

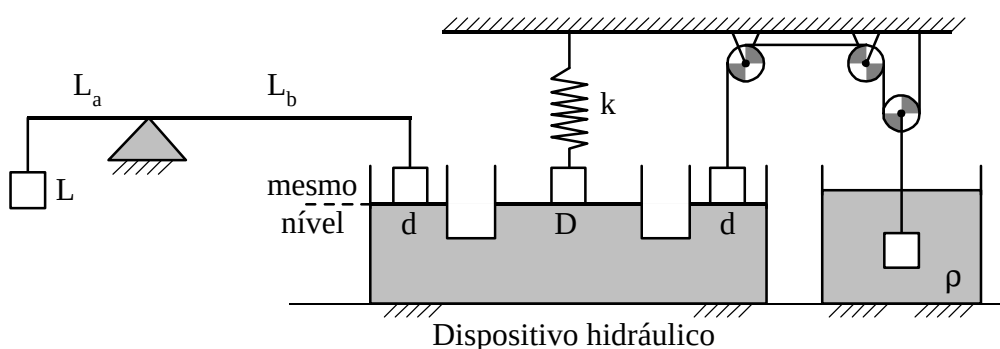
Por outro lado, a potência declarada pelo palestrante é:

$$P' = \frac{400 \text{ kWh} \cdot 100000}{2,56 \cdot 10^6 \text{ s}} = \frac{400 \cdot 10^3 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} \cdot 100000}{2,56 \cdot 10^6 \text{ s}}$$

$$P' = 5,625 \cdot 10^7 \text{ W}$$

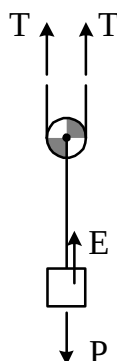
Sendo assim, a potência declarada pelo palestrante não atende à demanda das 100.000 residências.

- 9.** Cinco cubos idênticos, de aresta L e massa específica μ , estão dispostos em um sistema em equilíbrio, como mostra a figura. Uma mola de constante elástica k é comprimida e ligada ao centro do cubo, que se encontra sobre o pistão do cilindro maior de diâmetro D de um dispositivo hidráulico. Os demais cilindros deste dispositivo são idênticos e possuem diâmetros d . Em uma das extremidades do dispositivo hidráulico existe um cubo suspenso por um braço de alavanca. Na outra extremidade existe outro cubo ligado a fios ideais e a um conjunto de roldanas. Este conjunto mantém suspenso um cubo totalmente imerso em um líquido de massa específica ρ . Sendo g a aceleração da gravidade e desprezando as massas da alavanca, pistões, fios e roldanas, determine:
1. a relação L_a/L_b dos comprimentos do braço de alavanca no equilíbrio em função de ρ e μ ;
 2. o comprimento Δx de compressão da mola para o equilíbrio;



RESOLUÇÃO:

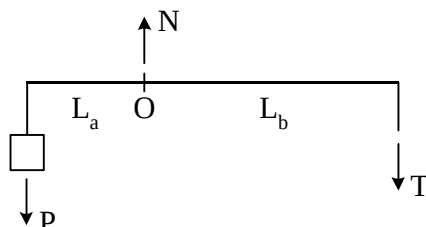
1. Isolando a roldana móvel junto com o cubo imerso:



Do equilíbrio de forças: $2T + E = P \Rightarrow T = \frac{P - E}{2}$

Pela simetria das situações, as trações nos dois fios ligados aos cubos nos cilindros de menor diâmetro são iguais.

Isolando a alavanca:



Do equilíbrio de momentos em relação ao pólo O:

$$P.L_a = T.L_b \Rightarrow \frac{L_a}{L_b} = \frac{T}{P} = \frac{P - E}{2P}$$

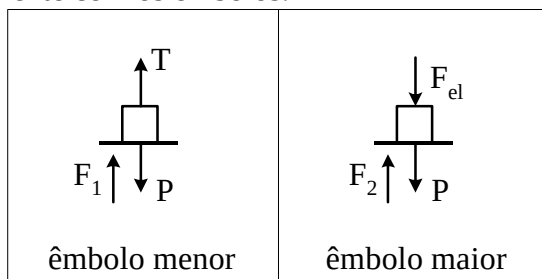
mas:

$$P = \mu.L^3.g \text{ e } E = \rho.L^3.g$$

Assim:

$$\frac{L_a}{L_b} = \frac{\mu L^3 g - \rho L^3 g}{2\mu L^3 g} \Rightarrow \boxed{\frac{L_a}{L_b} = \frac{\mu - \rho}{2\mu}}$$

2. Isolando os cubos juntamente com os êmbolos:



Do equilíbrio de forças, temos:

$$\begin{cases} F_1 = P - T \\ F_2 = P + F_{el} \end{cases}$$

com:

$F_1 = \Delta P.S_1$ e $F_2 = \Delta P.S_2$, sendo ΔP a pressão em cada êmbolo.

Assim:

$$\begin{cases} \Delta P.S_1 = P - T \\ \Delta P.S_2 = P + F_{el} \end{cases} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{P - T}{P + F_{el}}$$

Como $S_1 = \frac{\pi d^2}{4}$ e $S_2 = \frac{\pi D^2}{4}$, então:

$$\frac{d^2}{D^2} = \frac{P - T}{P + F_{el}} \Rightarrow P + F_{el} = \frac{D^2}{d^2} \cdot (P - T) \Rightarrow F_{el} = \frac{D^2}{d^2} (P - T) - P$$

$$k.x = \frac{D^2}{d^2} (P - T) - P \Rightarrow k.x = \frac{D^2}{d^2} \left(P - \frac{P - E}{2} \right) - P = \frac{D^2}{d^2} \frac{(P + E)}{2} - P \Rightarrow x = \frac{D^2}{2kd^2} (\mu L^3 g + \rho L^3 g) - \frac{\mu L^3 g}{k}$$

$$x = \frac{L^3 g}{2kd^2} [\mu D^2 + \rho D^2 - 2\mu d^2] \Rightarrow x = \frac{L^3 g}{2kd^2} [\mu (D^2 - 2d^2) + \rho D^2]$$

10. Um pequeno corpo é lançado com velocidade inicial, tendo componentes

$$v_x = -2 \text{ m/s}; v_y = 3 \text{ m/s} \text{ e } v_z = 2 \text{ m/s}$$

em relação ao referencial XYZ representado na figura. A partícula sai do chão na posição (0,4; 0; 0) e atinge o plano YZ quando sua altura é máxima. Neste instante, é emitido deste ponto um raio de luz branca que incide no cubo de vidro encaixado no chão com uma única face aparente no plano XY e cujo centro se encontra no eixo Y. O cubo tem aresta L e sua face mais próxima ao plano XZ está à distância de 1 m. Determine:

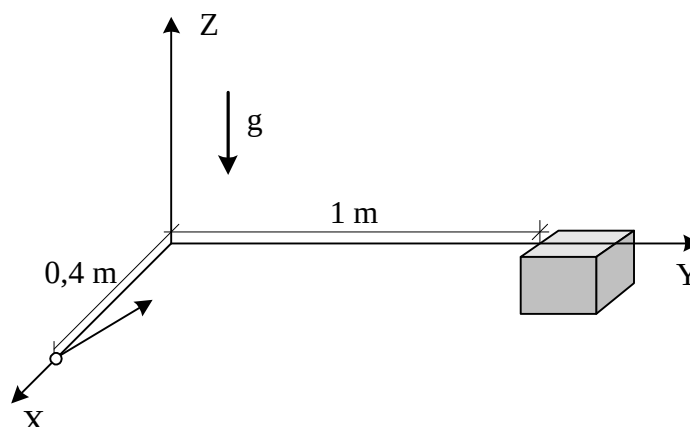
1. a posição em que o corpo atinge o plano YZ;
2. qual das componentes da luz branca, devido à refração, atinge a posição mais próxima do centro da face que está oposta à aparente, considerando que o raio incidente no cubo é o que percorre a menor distância desde a emissão da luz branca até a incidência no cubo.

Dados: aceleração da gravidade: $g = 10 \text{ m/s}^2$;

índice de refração do ar: $n_{ar} = 1,00$.

tabela com índices de refração do vidro para as diversas cores:

Cor	Índice de refração
vermelho	1,41
laranja	1,52
amarelo	1,59
verde	1,60
azul	1,68
anil	1,70
violeta	1,73



RESOLUÇÃO:

1. Como a aceleração da gravidade atua apenas na direção OZ (vertical), podemos encontrar o tempo que a partícula gasta até incidir no plano YZ tomando a componente do movimento em X:

$$\Delta s_x = v_x \cdot \Delta t \quad (\text{para movimento uniforme, com } |\vec{v}_x| \text{ cte})$$

$$-0,4 = -2 \cdot \Delta t \Rightarrow \boxed{\Delta t = 0,2 \text{ s}}$$

Tomando agora a componente do movimento em Y, temos:

$$\Delta s_y = v_y \cdot \Delta t = 3 \cdot 0,2 \Rightarrow \boxed{\Delta s_y = 0,6 \text{ m}}$$

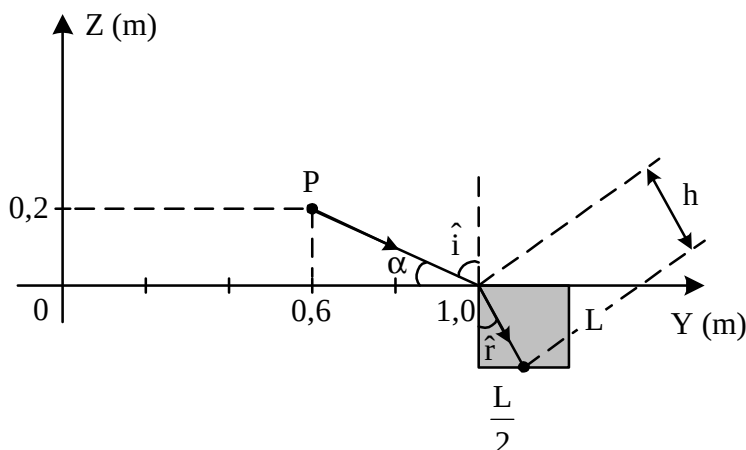
Analisando agora o movimento em OZ, temos:

$$\Delta z = v_{oz} \cdot t - \frac{gt^2}{2} = 2 \cdot 0,2 - \frac{10}{2} \cdot (0,2)^2$$

$$\Delta z = 0,4 - 0,2 \Rightarrow \boxed{\Delta z = 0,2 \text{ m}}$$

Logo, as coordenadas do ponto de incidência da partícula são: $P \equiv (0; 0,6; 0,2)$

2.



$\text{tg} \hat{r} = \frac{\frac{L}{2}}{L} = \frac{1}{2}$ e $\text{tg} \alpha = \frac{0,2}{0,4} = \frac{1}{2}$. Logo, temos que $\alpha = \hat{r}$ e, olhando a figura, $\hat{i} + \hat{r} = 90^\circ$. Aplicando a lei de Snell-Descartes:

$$n_{\text{ar}} \cdot \text{sen} \hat{i} = n_p \cdot \text{sen} \hat{r} \Rightarrow n_{\text{ar}} \cdot \cos \hat{r} = n_p \cdot \text{sen} \hat{r} \Rightarrow 1 \cdot \frac{\cancel{L}}{\cancel{h}} = n_p \cdot \frac{\cancel{L}}{2\cancel{h}} \Rightarrow \boxed{n_p = 2}$$

Logo, a componente mais próxima do valor encontrado para n_p corresponde ao violeta.

Comentários

A prova do IME 2004 manteve a qualidade dos anos anteriores, com questões que envolviam vários conceitos simultaneamente, exigindo do aluno forte preparação teórica. Cabe ressaltar o elevado esforço algébrico em algumas questões, tais como a 2 e a 6. Na questão 3 ficou faltando a unidade da densidade da água. No mais, parabéns à banca examinadora do IME pela prova tecnicamente impecável, que certamente selecionará os melhores candidatos aos seus cursos de engenharia em 2004.

Professores responsáveis:

*Alex Sander Schroeder de Barros
Arnaldo Bohn Nobre (Thunder)
Cláudia Vergueiro
Daniel Demétrio
Fernando Duarte
Luiz Eduardo Naves
Marcílio Alberto de Faria Pires
Nicolau Arbex Sarkis
Osvaldo Guimarães*

Coordenação:

*Alex Sander Schroeder de Barros
André Oliveira de Guadalupe
Nicolau Arbex Sarkis*

Digitação e diagramação:

*Anderson Flávio Correia
Antonio José Domingues da Silva
Kleber de Souza Portela*

**POLIEDRO**

O CURSINHO QUE MAIS ENTENDE DE IME E ITA