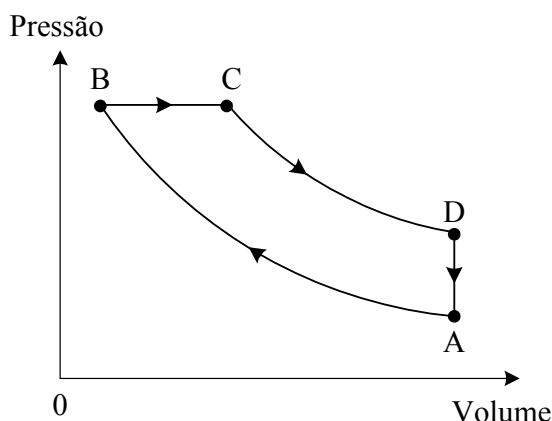


1. O ciclo Diesel, representado na figura abaixo, corresponde ao que ocorre num motor Diesel de quatro tempos: o trecho AB representa a compressão adiabática da mistura de ar e vapor de óleo Diesel; BC representa o aquecimento a pressão constante, permitindo que o combustível injetado se inflame sem necessidade de uma centelha de ignição; CD é a expansão adiabática dos gases aquecidos movendo o pistão e DA simboliza a queda de pressão associada à exaustão dos gases da combustão.

A mistura é tratada como um gás ideal de coeficiente adiabático γ . Considerando que T_A , T_B , T_C e T_D representam as temperaturas, respectivamente, nos pontos A, B, C e D, mostre que o rendimento do ciclo Diesel é dado por:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \left(\frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} \right)$$



Resolução

O rendimento do ciclo é dado por $\eta = \frac{\tau_{\text{realizado}}}{Q_{\text{recebido}}}$.

O ciclo Diesel é composto por uma transformação isobárica, duas adiabáticas e uma isométrica.

O calor é recebido na etapa isobárica (BC), tal que: $Q = n \cdot C_p (T_C - T_B)$.

O trabalho do ciclo é dado por: $\tau_{\text{total}} = \tau_{BC} + \tau_{CD} + \tau_{DA} + \tau_{AB}$

$$\tau_{BC} = p \cdot \Delta V = n \cdot R (T_C - T_B) = n (C_p - C_v) (T_C - T_B), \text{ onde } C_p - C_v = R \text{ (Mayer)}$$

$$\tau_{CD} = -\Delta U = -n \cdot C_v (T_D - T_C) \quad (\text{adiabática})$$

$$\tau_{DA} = 0$$

$$\tau_{AB} = -n \cdot C_v (T_B - T_A) \quad (\text{adiabática})$$

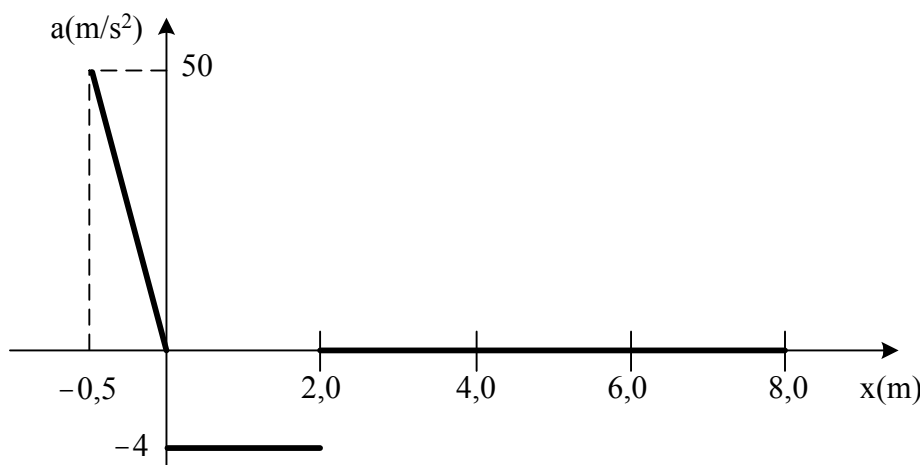
$$\therefore \eta = \frac{n(C_p - C_v)(T_C - T_B) - nC_v(T_D - T_C) - nC_v(T_B - T_A)}{nC_p(T_C - T_B)}$$

$$\eta = \frac{C_p(T_C - T_B) - \cancel{C_v T_C} + \cancel{C_v T_B} - C_v T_D + \cancel{C_v T_C} - \cancel{C_v T_B} + C_v T_A}{C_p(T_C - T_B)} = \frac{C_p(T_C - T_B) - C_v(T_D - T_A)}{C_p(T_C - T_B)}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\frac{C_p}{C_v}} \frac{(T_D - T_A)}{(T_C - T_B)} \Rightarrow \boxed{\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{(T_D - T_A)}{(T_C - T_B)}}$$

2. Um corpo de 500 g de massa está inicialmente ligado a uma mola. O seu movimento é registrado pelo gráfico abaixo, que mostra a aceleração em função da posição, a partir do ponto em que a mola se encontra com a compressão máxima. A abscissa $x = 0$ corresponde à posição em que a deformação da mola é nula. Nesta posição, o corpo foi completamente liberado da mola e ficou submetido à aceleração registrada no gráfico. Determine:

- a) a variação da quantidade de movimento nos 2 s após o corpo ser liberado da mola;
b) o trabalho total realizado desde o começo do registro em $x = -0,5$ m, até $x = 3$ m.



Resolução

a) $R = m \cdot a \therefore kx = m \cdot a \therefore k \cdot 0,5 = 0,5 \cdot 50 \Rightarrow k = 50 \text{ N/m}$

$$\Delta E_M = 0 \Rightarrow E_{el(x=-0,5 \text{ m})} = E_{C(x=0)}$$

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow 50 \cdot (0,5)^2 = 0,5 \cdot v^2 \Rightarrow v = 5 \text{ m/s (em } x = 0)$$

Calculando a velocidade u em $x = 2$ m:

$$u^2 = v^2 + 2a\Delta s \therefore u^2 = 25 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \Rightarrow u = 3 \text{ m/s}$$

Calculando o instante t' em $x = 2$ m:

$$u = v + at \therefore 3 = 5 - 4t \Rightarrow t = 0,5 \text{ s}$$

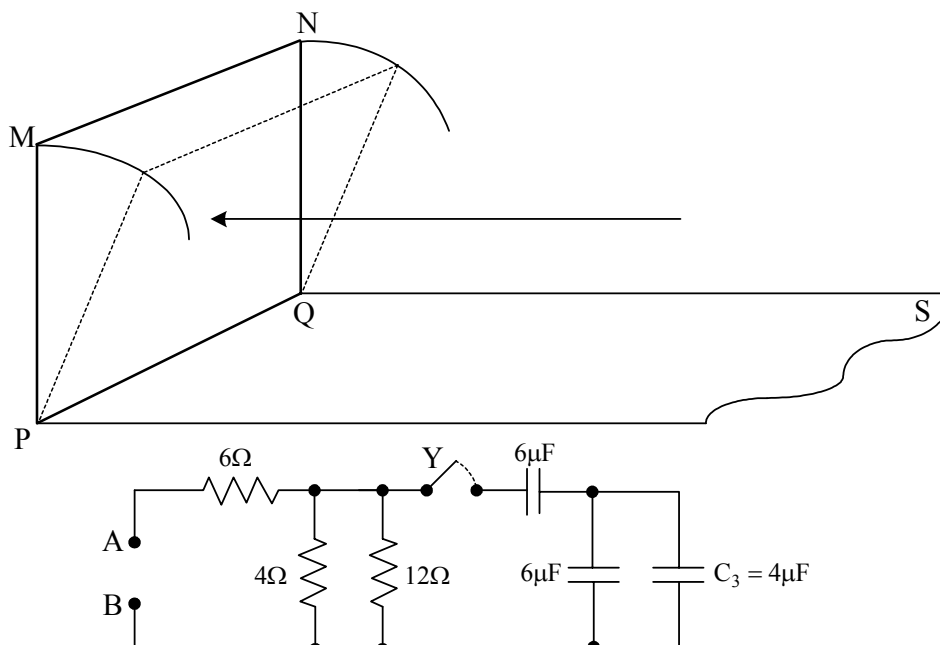
Para $x \geq 2 \text{ m} \Rightarrow v = 3 \text{ m/s}$ (em movimento uniforme)

$$\Delta p = mv_f - mv_i = m(v_f - v_i) = 0,5 \cdot (3 - 5) \Rightarrow \boxed{\Delta p = -1 \text{ kg m/s}}$$

b) $W^{total} = \Delta E_C = E_{C(x=3 \text{ m})} - E_{C(x=-0,5 \text{ m})} = \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 3^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,5 \cdot 0^2 \Rightarrow \boxed{W^{total} = 2,25 \text{ J}}$

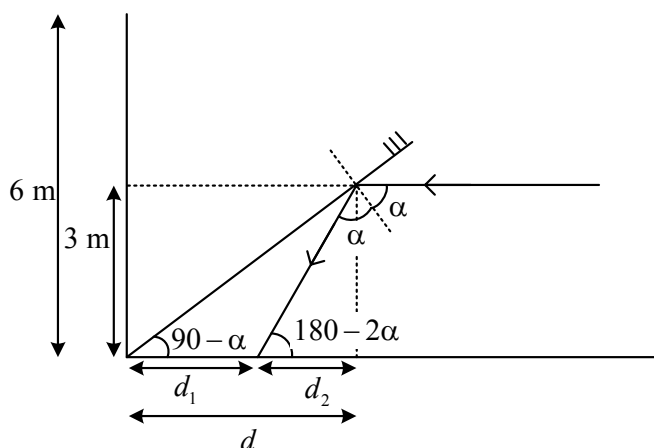
- 3.** Um raio luminoso incide ortogonalmente no ponto central de um espelho plano quadrado MNPQ, conforme a figura abaixo. Girando-se o espelho de um certo ângulo em torno da aresta PQ, consegue-se que o raio refletido atinja a superfície horizontal S paralela ao raio incidente. Com a sequência do giro, o ponto de chegada em S aproxima-se da aresta PQ. No ponto de chegada em S que fica mais próximo de PQ está um sensor que, ao ser atingido pelo raio refletido, gera uma tensão elétrica U proporcional à distância d entre o referido ponto e aquela aresta: $U = k \cdot d$. Fixando o espelho na posição em que a distância d é mínima, aplica-se a tensão U aos terminais A e B do circuito. Dado que todos os capacitores estão inicialmente descarregados, determine a energia que ficará armazenada no capacitor C_3 se a chave Y for fechada e assim permanecer por um tempo muito longo.

Dados: comprimento PQ = 6 m;
constante $k = 12 \text{ V/m}$.



Resolução

Tomemos um ângulo α qualquer de incidência no espelho



Da figura, tem-se que:

$$\operatorname{tg}(90 - \alpha) = \frac{3}{d}$$

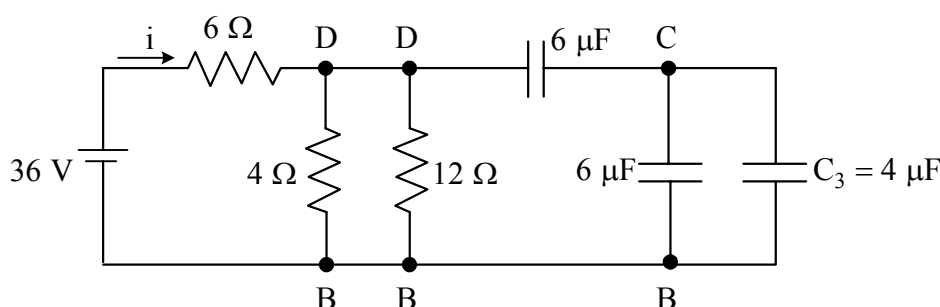
$$\operatorname{tg}(180 - 2\alpha) = \frac{3}{d_2}$$

$$d_1 = d - d_2 = \frac{3}{\operatorname{tg}(90 - \alpha)} - \frac{3}{\operatorname{tg}(180 - 2\alpha)} = 3 \cdot \left(\frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos 2\alpha}{\operatorname{sen} 2\alpha} \right) = \frac{3}{\operatorname{sen} 2\alpha}$$

Para que o valor de d_1 seja mínimo, $\alpha = 45^\circ$.

Logo, $d_{1(\text{mínimo})} = 3 \text{ m}$.

Assim, a tensão aplicada ao circuito é dada por: $U = k \cdot d_{1(\text{mínimo})} = 12 \cdot 3 = 36 \text{ V}$



Em regime estacionário: $R_{\text{eq}} = 6 + (4 // 12) = 9 \Omega$

$$i = \frac{U}{R} = \frac{36}{9} = 4 \text{ A}$$

Tensão em DB: $U = R \cdot i = (4 // 12) \cdot 4 = 12 \text{ V}$

$$C_{\text{eqBC}} = 6 // 4 = 10 \mu\text{F}$$

A carga dos capacitores é a mesma, pois estão em série:

$$Q_{\text{DC}} = Q_{\text{BC}} \therefore 6 \cdot 10^{-6} U_{\text{DC}} = 10 \cdot 10^{-6} U_{\text{BC}} \therefore 3 U_{\text{DC}} = 5 U_{\text{BC}}$$

Como $U_{\text{DC}} + U_{\text{BC}} = 12 \text{ V}$, $U_{\text{BC}} = 4,5 \text{ V}$ (tensão no capacitor equivalente $6 // 4$)

U_{BC} é a mesma tensão do capacitor de $4 \mu\text{F}$, pois está em paralelo com o de $6 \mu\text{F}$.

$$E_3 = \frac{C_3 U_3^2}{2} = \frac{4 \mu\text{F}}{2} \cdot (4,5 \text{ V})^2 \therefore \boxed{E_3 = 40,5 \mu\text{J}}$$

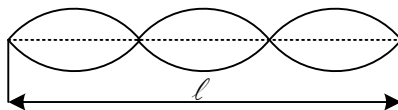
- 4.** Para ferver dois litros de água para o chimarrão, um gaúcho mantém uma panela de 500 g suspensa sobre a fogueira, presa em um galho de árvore por um fio de aço com 2 m de comprimento. Durante o processo de aquecimento são gerados pulsos de 100 Hz em uma das extremidades do fio. Este processo é interrompido com a observação de um regime estacionário de terceiro harmônico. Determine:

- o volume de água restante na panela;
- a quantidade de energia consumida neste processo.

Dados: massa específica linear do aço = 10^{-3} kg / m ;
 aceleração da gravidade (g) = 10 m / s^2 ;
 massa específica da água = 1 kg / L ;
 calor latente de vaporização da água = $2,26 \text{ MJ / kg}$.

Resolução

- a) Para o regime estacionário de terceiro harmônico tem-se: $\ell = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$



Pela equação de Taylor, $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$, onde $v = \lambda \cdot f$ pela equação fundamental da ondulatória.

$$\text{Portanto, } \lambda \cdot f = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow \frac{2\ell}{3} \cdot f = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

$$\text{Substituindo, } \frac{2}{3} \cdot 2 \cdot 100 = \sqrt{\frac{T}{10^{-3}}} \Rightarrow \frac{400}{3} = \sqrt{\frac{T}{10^{-3}}} \Rightarrow T = \frac{16 \cdot 10^4}{9} \cdot 10^{-3} \therefore T = \frac{160}{9} \text{ N}$$

Assim, a soma das massas da panela e da água é $\frac{16}{9} \text{ kg}$. Como a massa da panela é de 0,5 kg, temos, $M_{\text{água}} = \frac{16}{9} - 0,5 \therefore M_{\text{água}} \cong 1,28 \text{ kg} \therefore V_{\text{água}} \cong 1,28 \text{ L}$

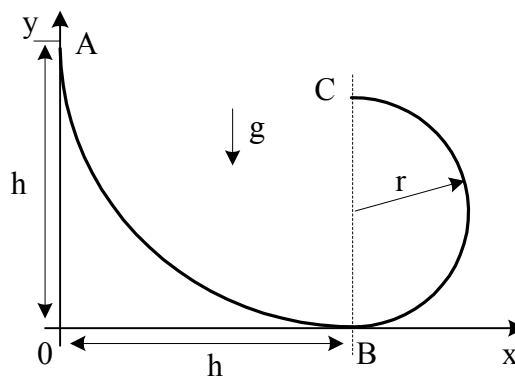
b) $Q = m \cdot L \therefore Q \cong (2 - 1,28) \cdot 2,26 \therefore Q \cong 1,63 \text{ MJ}$

Obs.: Como não foi fornecida a temperatura inicial da água, consideramos que estava no ponto de ebulição.

- 5.** Uma partícula parte do repouso no ponto A e percorre toda a extensão da rampa ABC, mostrada na figura abaixo. A equação que descreve a rampa entre os pontos A, de coordenadas (0,h) e B, de coordenadas (h,0), é

$$y = \frac{x^2}{h} - 2x + h$$

enquanto entre os pontos B e C, de coordenadas (h,2r), a rampa é descrita por uma circunferência de raio r com centro no ponto de coordenadas (h,r). Sabe-se que a altura h é a mínima necessária para que a partícula abandone a rampa no ponto C e venha a colidir com ela em um ponto entre A e B. Determine o ponto de colisão da partícula com a rampa no sistema de coordenadas da figura como função apenas do comprimento r.



Dado: aceleração da gravidade = g.

OBS: despreze as forças de atrito e a resistência do ar.

Resolução

Conservação de energia entre A e C:

$$E_{MA} = E_{MC} \therefore mgh = mg2r + \frac{1}{2}mv_C^2 \quad (I)$$

Em C: $R_{cp} = m \cdot a_{cp}$

Partindo da altura mínima, $N = 0$. Portanto, $mg = \frac{mv_C^2}{r} \Rightarrow v_C^2 = rg \quad (II)$

De (I) e (II): $h = \frac{5r}{2}$

A partir do ponto C, o corpo descreve um lançamento horizontal de velocidade inicial v_C :

$$x = h - \sqrt{rg} \cdot t \Rightarrow t = \frac{h-x}{\sqrt{rg}}$$

$$y = 2r - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y = 2r - \frac{1}{2}g \frac{(x-h)^2}{rg}$$

Na interseção, temos o sistema:

$$\begin{cases} y = \frac{x^2}{h} - 2x + h = \frac{(x-h)^2}{h} = \frac{2\left(x - \frac{5}{2}r\right)^2}{5r} \\ y = 2r - \frac{\left(x - \frac{5}{2}r\right)^2}{2r} \end{cases}$$

Fazendo $\alpha = x - \frac{5}{2}r$, vem: $\frac{2\alpha^2}{5r} = 2r - \frac{\alpha^2}{2r} \Rightarrow \alpha = \pm \frac{2\sqrt{5}}{3}r$

$$x = \frac{5r}{2} + \alpha = \left(\frac{5}{2} \pm \frac{2\sqrt{5}}{3}\right)r$$

Como a interseção ocorre entre A e B:

$$x = \left(\frac{5}{2} - \frac{2\sqrt{5}}{3}\right)r$$

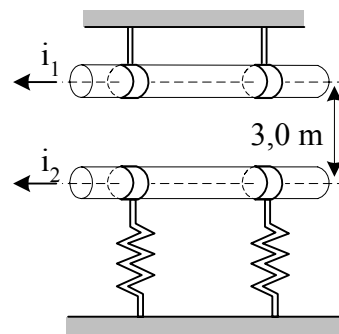
$$y = \frac{2 \cdot \alpha^2}{5r} = \frac{8r}{9}$$

O ponto de colisão é: $\left(\frac{15-4\sqrt{5}}{6}r, \frac{8}{9}r\right)$

6. Considere duas barras condutoras percorridas pelas correntes elétricas i_1 e i_2 , conforme a figura abaixo. A primeira está rigidamente fixada por presilhas e a segunda, que possui liberdade de movimento na direção vertical, está presa por duas molas idênticas, que sofreram uma variação de 1,0 m em relação ao comprimento nominal. Sabendo-se que $i_1 = i_2$ e que o sistema se encontra no vácuo, determine:

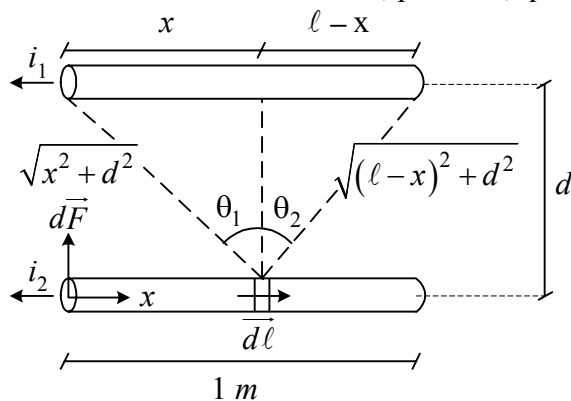
- o valor das correntes para que o sistema permaneça estático;
- a nova variação de comprimento das molas em relação ao comprimento nominal, mantendo o valor das correntes calculadas no pedido anterior, mas invertendo o sentido de uma delas.

Dados: comprimento das barras = 1,0 m;
 massa de cada barra = 0,4 kg;
 distância entre as barras = 3,0 m;
 constante elástica das molas = 0,5 N/m;
 aceleração da gravidade (g) = 10 m/s²;
 permeabilidade do vácuo (μ_0) = $4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A.



Resolução

Considerando que a distância d entre as barras é maior que o comprimento delas, não podemos considerá-las infinitas. Tem-se, portanto, que aplicar a lei de Biot-Savart para um fio finito.



Para um elemento de corrente no fio 2
 tem-se que: $d\vec{F}_{mag} = i_2 d\vec{\ell} \times \vec{B}_1$

$$E \quad B_1 = \frac{\mu i_1}{4\pi d} (\sin \theta_1 + \sin \theta_2) \quad (\text{Biot - Savart})$$

Para um elemento de corrente, tem-se que: $dF_{mag} = i_2 \cdot dx \cdot \frac{\mu i_1}{4\pi d} \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} + \frac{(\ell - x)}{\sqrt{(\ell - x)^2 + d^2}} \right)$

$$\text{mas, } i_1 = i_2 \therefore F_{mag} = \frac{\mu i^2}{4\pi d} \left[\int_0^\ell \frac{x}{\sqrt{x^2 + d^2}} dx + \int_0^\ell \frac{(\ell - x)}{\sqrt{(\ell - x)^2 + d^2}} dx \right],$$

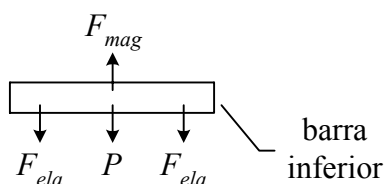
$$\text{cujo resultado é: } F_{mag} = \frac{\mu i^2}{2\pi d} \left(\sqrt{d^2 + \ell^2} - d \right).$$

A força magnética é dada por $F_{mag} = \frac{\mu i^2}{2\pi d} \ell$ para $\ell \gg d$, o que não é o caso, pois $d = 3\ell$

Essa é a solução fiel à situação descrita no enunciado. Contudo, considerando os recursos de um aluno de ensino médio, damos a seguir uma solução possível, que provavelmente é a esperada pela banca examinadora.

Ainda assim, com os dados do enunciado, temos duas situações possíveis: mola inicialmente distendida ou mola inicialmente comprimida.

a) 1. Admitindo a mola *distendida*:



$$F_{mag} = P + 2F_{elas}$$

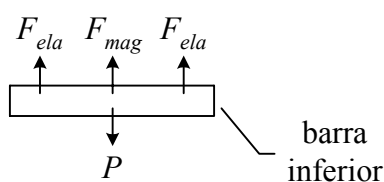
$$\frac{\mu \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \ell}{2\pi \cdot R} = mg + 2 \cdot k \cdot |x|$$

$$\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot i^2 \cdot 1}{2\pi \cdot 3} = 0,4 \cdot 10 + 2 \cdot 0,5 \cdot 1$$

$$i^2 = 7,5 \cdot 10^7$$

$$i = 5\sqrt{3} \cdot 10^3 \text{ A}$$

2. Admitindo a mola *comprimida*:



$$2F_{elas} + F_{mag} = P$$

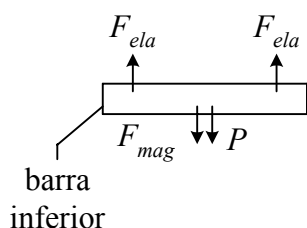
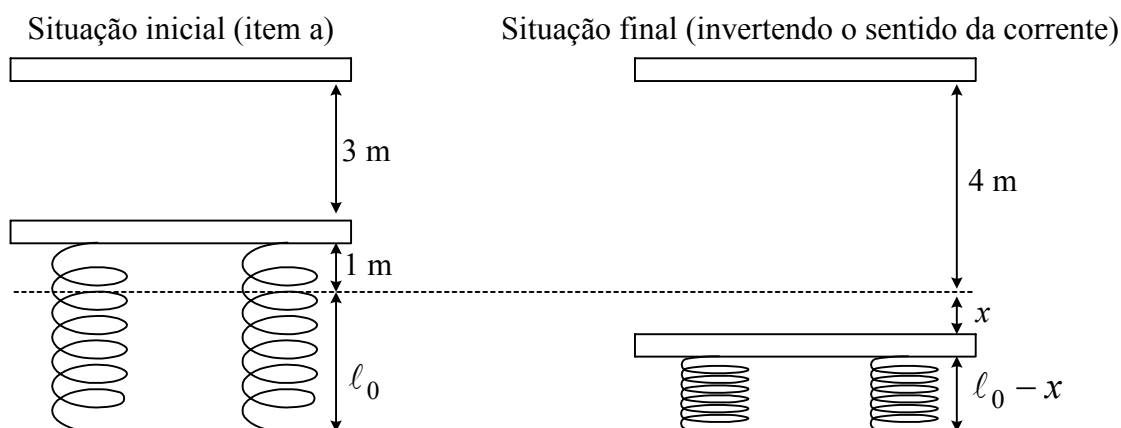
$$2 \cdot k \cdot |x| + \frac{\mu \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \ell}{2\pi \cdot R} = mg$$

$$2 \cdot 0,5 \cdot 1 + \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot i^2 \cdot 1}{2\pi \cdot 3} = 0,4 \cdot 10$$

$$i^2 = 4,5 \cdot 10^7$$

$$i = 3\sqrt{5} \cdot 10^3 \text{ A}$$

b) 1. Admitindo a mola *distendida* no caso (a):



$$P + F_{mag} = 2F_{elas}$$

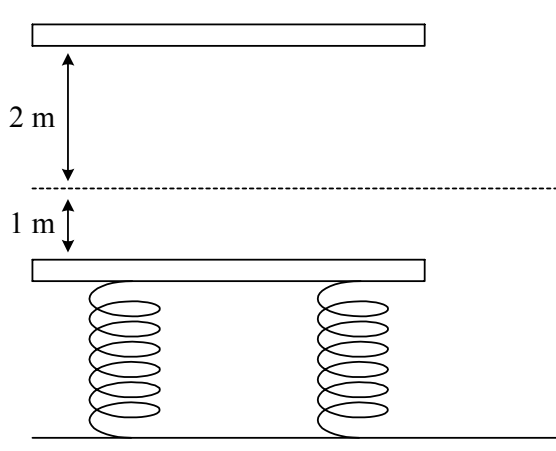
$$mg + \frac{\mu \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \ell}{2\pi \cdot R} = 2 \cdot k \cdot x$$

$$0,4 \cdot 10 + \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 7,5 \cdot 10^7 \cdot 1}{2\pi \cdot (x+4)} = 2 \cdot 0,5 \cdot x$$

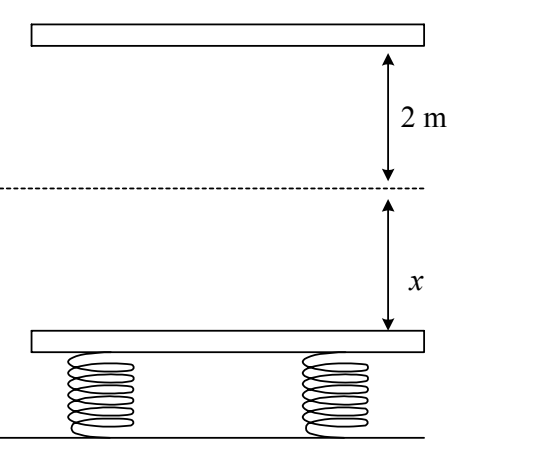
$$4 + \frac{15}{x+4} = x \quad \therefore \quad x^2 - 31 = 0 \quad \therefore \quad x = \sqrt{31} \text{ m}$$

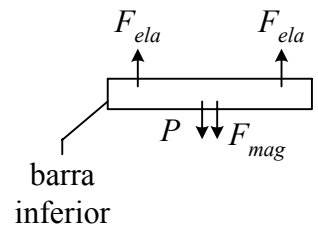
2. Admitindo a mola *comprimida* no caso (a):

Situação inicial (item a)



Situação final (invertendo o sentido da corrente)





barra inferior

$$P + F_{mag} = 2 F_{ela}$$

$$mg + \frac{\mu \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot \ell}{2\pi \cdot R} = 2 \cdot k \cdot x$$

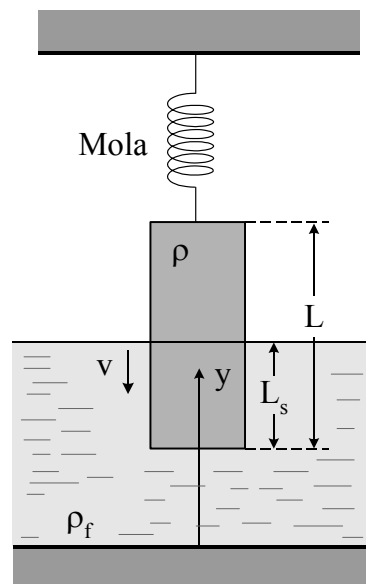
$$0,4 \cdot 10 + \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4,5 \cdot 10^7}{2\pi(x+2)} = 2 \cdot 0,5 \cdot x$$

$$4 + \frac{9}{x+2} = x \therefore x^2 - 2x - 17 = 0 \therefore x = (1 + 3\sqrt{2}) \text{ m}$$

- 7.** A figura ilustra uma barra de comprimento $L = 2 \text{ m}$ com seção reta quadrada de lado $a = 0,1 \text{ m}$ e massa específica $\rho = 1,20 \text{ g / cm}^3$, suspensa por uma mola com constante elástica $k = 100 \text{ N / m}$. A barra apresenta movimento somente no eixo vertical y e encontra-se parcialmente submersa num tanque com líquido de massa específica $\rho_f = 1,00 \text{ g / cm}^3$. Em um certo instante, observa-se que a mola está distendida de $\Delta y = 0,9 \text{ m}$, que o comprimento da parte submersa da barra é $L_s = 1,6 \text{ m}$ e que a velocidade da barra é $v = 1 \text{ m / s}$ no sentido vertical indicado na figura. Determine os comprimentos máximo ($L_{\max}$) e mínimo ($L_{\min}$) da barra que ficam submersos durante o movimento.

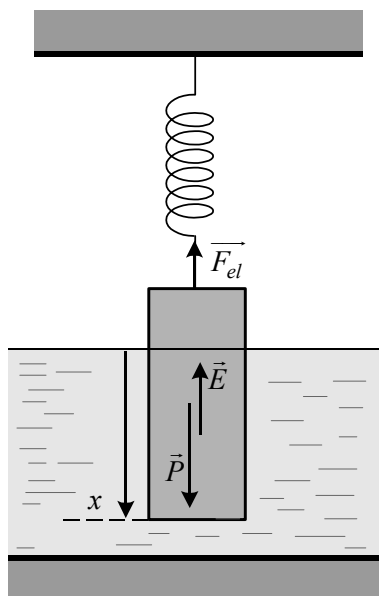
Dado: aceleração da gravidade (g) = 10 m / s^2 .

OBS: despreze o atrito da barra com o líquido.



Resolução

De acordo com a figura:



$$R = F_{el} + E - P$$

$$P = \rho \cdot V \cdot g = 1.200 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 10 = 240 \text{ N}$$

$$E = \rho_f \cdot V_{sub} \cdot g = 1.000 \cdot x \cdot 10^{-2} \cdot 10 = 100 \cdot x$$

$$F_{el} = k \cdot \Delta y = 100 \cdot \Delta y$$

$$\text{Mas, } x = \Delta y + 0,7 \text{ (} x = 1,6 \text{ m para } \Delta y = 0,9 \text{ m)}$$

$$\text{Então: } R = 200 \cdot x - 310$$

Logo, trata-se de um MHS com $k = 200 \text{ N/m}$ e

$$\text{equilíbrio para } x_0 = \frac{310}{200} = 1,55 \text{ m}$$

$$\omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{200}{1.200 \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = \frac{25}{3} \text{ rad}^2/\text{s}^2$$

Para o MHS:

$$(x - x_0)^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = A^2$$

Substituindo $x - x_0 = 1,60 - 1,55 = 0,05 \text{ m}$, $v = 1 \text{ m/s}$ e $\omega^2 = \frac{25}{3} \text{ rad}^2/\text{s}^2$, temos: $A = 0,35 \text{ m}$

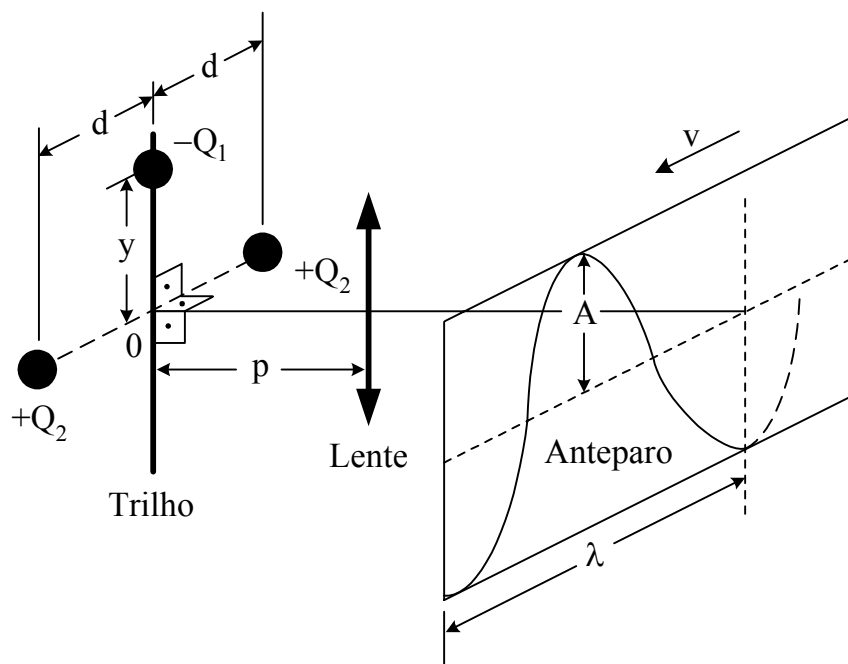
$$\text{Logo, } \begin{aligned} L_{\text{máx}} &= x_0 + A \Rightarrow \boxed{L_{\text{máx}} = 1,9 \text{ m}} \\ L_{\text{mín}} &= x_0 - A \Rightarrow \boxed{L_{\text{mín}} = 1,2 \text{ m}} \end{aligned}$$

- 8.** Com o objetivo de medir o valor de uma carga elétrica negativa $-Q_1$ de massa m , montou-se o experimento abaixo. A carga de valor desconhecido está presa a um trilho e sofre uma interação elétrica devido à presença de duas cargas fixas, equidistantes dela, e de valor positivo $+Q_2$. O trilho é colocado em paralelo e a uma distância p de uma lente convergente de distância focal f . A carga $-Q_1$, inicialmente em repouso na posição apresentada na figura, é liberada sem a influência da gravidade, tendo seu movimento registrado em um anteparo que se desloca com velocidade v no plano da imagem de $-Q_1$ fornecida pela lente. Em função de Q_2 , A , d , p , f , v , m , λ e ε , determine:

- a ordenada y inicial;
- o valor da carga negativa $-Q_1$.

Dado: permissividade do meio $= \varepsilon$.

OBS: considere $d \gg y$, ou seja, $d^2 + y^2 \cong d^2$.



Resolução

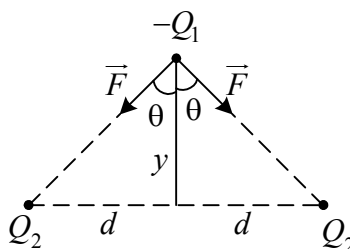
a) Para a lente, temos:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \Rightarrow p' = \frac{pf}{p-f}$$

Mas, $\frac{i}{o} = \frac{-p'}{p} \Rightarrow \frac{-A}{y} = \frac{-p'}{p}$ (pois, como a imagem é projetável, $\frac{i}{o} < 0$).

$$y = \frac{pA}{p'} \Rightarrow \boxed{y = \frac{A(p-f)}{f}}$$

b) Temos o diagrama de forças:



$$R = 2 \cdot F \cdot \cos \theta \Rightarrow R = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{(d^2 + y^2)} \cdot \frac{y}{\sqrt{d^2 + y^2}} \Rightarrow R = \frac{1}{2\pi\epsilon} \cdot \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{(d^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot y$$

Como $d^2 + y^2 \cong d^2$, $R = \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{2\pi\epsilon d^3} \cdot y$

Trata-se de um MHS, pois $R = k \cdot y$, em que $k = \frac{|Q_1| \cdot |Q_2|}{2\pi\epsilon d^3}$

O período pode ser dado por $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{2\pi\epsilon d^3 m}{|Q_1| \cdot |Q_2|}}$

Do movimento registrado no anteparo: $T = \frac{\lambda}{v}$

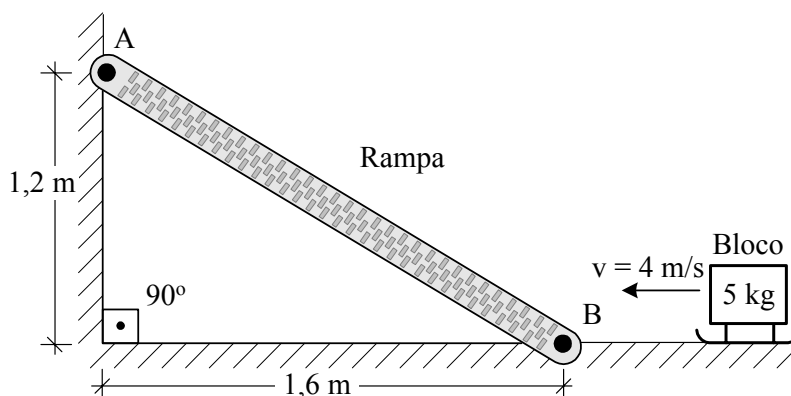
$$\frac{\lambda}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{2\pi\epsilon d^3 m}{|Q_1| \cdot |Q_2|}} \Rightarrow \frac{\lambda^2}{v^2} = \frac{8\pi^3 \epsilon d^3 m}{|Q_1| \cdot |Q_2|} \Rightarrow |Q_1| = \frac{8\pi^3 \epsilon d^3 m v^2}{\lambda^2 \cdot |Q_2|}$$

Como $Q_2 > 0$ e $-Q_1 < 0$:
$$-Q_1 = -\frac{8\pi^3 \epsilon d^3 m v^2}{\lambda^2 \cdot Q_2}$$

9. Um bloco de massa $m = 5 \text{ kg}$ desloca-se a uma velocidade de 4 m/s até alcançar uma rampa inclinada de material homogêneo, cujos pontos A e B são apoios e oferecem reações nas direções horizontal e vertical. A rampa encontra-se fixa e o coeficiente de atrito cinético entre o bloco e a rampa é igual a $0,05$. Sabe-se que o bloco pára ao atingir determinada altura e permanece em repouso. Considerando que a reação vertical no ponto de apoio B após a parada do bloco seja de 89 N no sentido de baixo para cima, determine a magnitude, a direção e o sentido das demais reações nos pontos A e B.

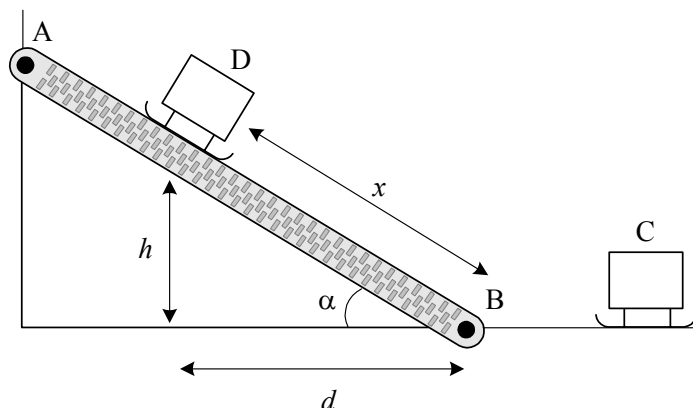
Dados: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s^2 ;

peso linear da rampa = 95 N/m .



Resolução

No ponto em que o bloco pára:



$$\sin \alpha = 0,6$$

$$\cos \alpha = 0,8$$

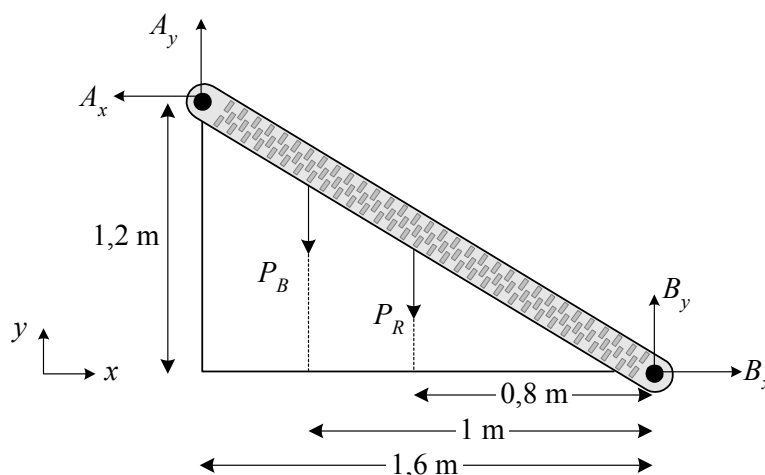
$$h = x \cdot \sin \alpha = 0,6 \cdot x$$

$$d = x \cdot \cos \alpha = 0,8 \cdot x$$

$$W^{F_{NC}} = \Delta E_M \Rightarrow -f_{at} \cdot x = E_{MD} - E_{MC} \Rightarrow -\mu \cdot \cancel{P} \cdot \cos \alpha \cdot x = \cancel{P} \cdot h - \frac{1}{2} \frac{\cancel{P}}{g} v_C^2 \therefore$$

$$-0,05 \cdot 0,8 \cdot x = 0,6 \cdot x - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} \cdot 4^2 \Rightarrow x = 1,25 \text{ m} \Rightarrow d = 1 \text{ m}$$

Isolando o sistema rampa-bloco:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - P_B - P_R = 0 \Rightarrow A_y = 50 + 95 \cdot 2 - 89 = 151 \text{ N}$$

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0 &\Rightarrow P_R \cdot 0,8 + P_B \cdot 1 + A_x \cdot 1,2 - A_y \cdot 1,6 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 190 \cdot 0,8 + 50 \cdot 1 + A_x \cdot 1,2 - 151 \cdot 1,6 = 0 \Rightarrow A_x = 33 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow B_x - A_x = 0 \Rightarrow B_x = 33 \text{ N}$$

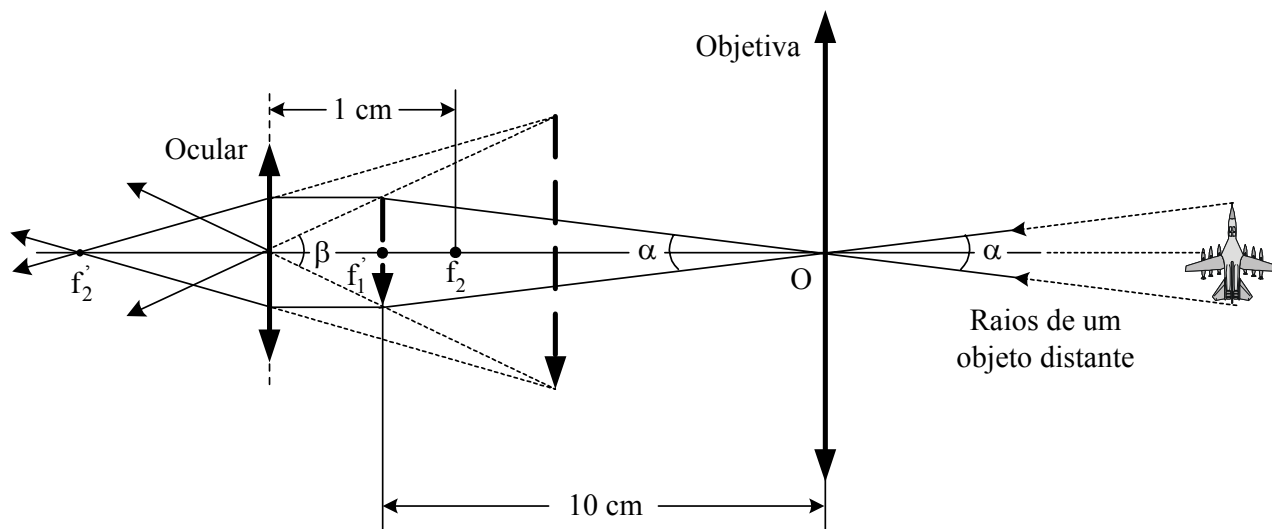
Reações em A: Horizontal: 33 N para a esquerda
Vertical: 151 N para cima

Reações em B: Horizontal: 33 N para a direita
Vertical: 89 N para cima

10. Suponha que você seja o responsável pela operação de um canhão antiaéreo. Um avião inimigo está passando em uma trajetória retilínea, distante de sua posição, a uma altura constante e com velocidade $v = 900 \text{ km/h}$. A imagem deste avião no seu aparelho de pontaria possui comprimento $l = 5 \text{ cm}$, mas você reconheceu este avião e sabe que o seu comprimento real é $L = 100 \text{ m}$. Ao disparar um projétil deste canhão, sua trajetória é retilínea a velocidade constante $u = 500 \text{ m/s}$. No momento em que a aeronave se encontra perfeitamente ortogonal à linha de visada do aparelho de pontaria, determine:

- o desvio angular θ entre o aparelho de pontaria e o tubo do canhão para que você acerte o centro do avião ao disparar o gatilho com a aeronave no centro do visor;
- o aumento M do aparelho de pontaria;
- o tempo t até o projétil alcançar o centro do avião.

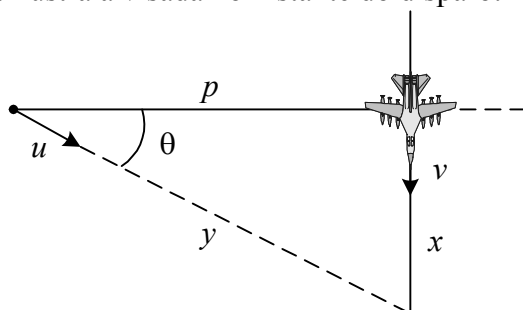
OBS: considere que o aparelho de pontaria possa ser tratado como um telescópio de refração, conforme mostra a figura esquemática abaixo, constituído por apenas duas lentes convergentes, denominadas objetiva e ocular, cujas distâncias focais são, respectivamente, $f_1 = 10$ cm e $f_2 = 1$ cm. Considere ainda que os ângulos α e β sejam pequenos.



Resolução

- a) Enquanto a bala percorre essa distância, o avião também se desloca.

A figura ilustra a visada no instante do disparo:



$$\sin\theta = \frac{x}{y} = \frac{v \cdot \Delta t}{u \cdot \Delta t} = \frac{900}{1.800} \Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 30^\circ$$

- b) Vamos considerar que o instrumento esteja operando com aumento máximo. Nessa condição, a distância da imagem final à ocular é $d = 25$ cm, Logo $p_2' = -25$ cm. Na ocular, temos então:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_2'}, \quad \frac{1}{1} = \frac{1}{p_2} + \frac{1}{(-25)} \Rightarrow p_2 = \frac{25}{26} \text{ cm}$$

O aumento visual é: $M = \frac{\text{tg}\beta}{\text{tg}\alpha}$

Como α e β são pequenos:

$$\text{tg}\beta = \frac{|y_1'|}{p_2} \text{ e } \text{tg}\alpha = \frac{|y_1|}{f_1} \therefore M = \frac{|y_1'|}{p_2} \cdot \frac{f_1}{|y_1|} = \frac{f_1}{p_2} = \frac{10}{\frac{25}{26}} \therefore M = 10,4 \text{ vezes}$$

c) Aumento linear da lente ocular:

$$\frac{y_2'}{y_1'} = -\frac{p_2'}{p_2}, \quad \frac{-5}{y_1'} = -\frac{-25}{26} \Rightarrow y_1' = -\frac{5}{26} \text{ cm}$$

Na objetiva, temos:

y = L : tamanho do avião

p: distância do avião ao aparelho

Aumento linear da lente objetiva:

$$\frac{y_1'}{y_1} = \frac{-p_1'}{p_1}, \quad \frac{-5/26}{10^4} = \frac{-10}{p} \Rightarrow p = \frac{26}{5} \cdot 10^5 \text{ cm} \Rightarrow p = 5,2 \text{ km}$$

Como $\cos \theta = \frac{p}{y}$, temos: $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{5,2}{y} \Rightarrow y = 6,0 \text{ km}$

$$\Delta t = \frac{y}{u} = \frac{6,0}{1.800} \cdot 3.600 \text{ s} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 12,0 \text{ s}}$$

Comentários

A prova de Física do vestibular IME 2006 manteve a tradição de apresentar questões abrangentes e com elevada capacidade de discriminar os candidatos mais bem preparados.

Cabe ressaltar a originalidade das questões 3 e 8. Todavia, as questões 6 e 10 apresentam falhas. A questão 6 foge completamente da aproximação de fios paralelos infinitos e a questão 10 não fornece todos os dados necessários à sua resolução, sendo necessário assumir condição de aumento máximo, o que não é indicado na mesma.

Parabéns à banca examinadora pela prova de Física do vestibular IME 2006.



POLIEDRO
O CURSINHO QUE MAIS ENTENDE DE IME E ITA