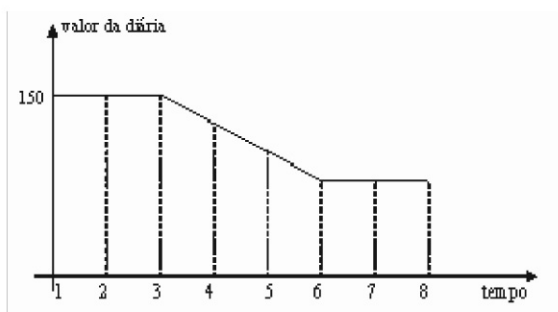


Questão 146

Uma pousada oferece pacotes promocionais para atrair casais a se hospedarem por até oito dias. A hospedagem seria em apartamento de luxo e, nos três primeiros dias, a diária custaria R\$ 150,00, preço da diária fora da promoção. Nos três dias seguintes, seria aplicada uma redução no valor da diária, cuja taxa média de variação, a cada dia, seria de R\$ 20,00. Nos dois dias restantes, seria mantido o preço do sexto dia. Nessas condições, um modelo para a promoção idealizada é apresentado no gráfico a seguir, no qual o valor da diária é função do tempo medido em número de dias.



De acordo com os dados e com o modelo, comparando o preço que um casal pagaria pela hospedagem por sete dias fora da promoção, um casal que adquirir o pacote promocional por oito dias fará uma economia de

- A R\$ 90,00.
- B R\$ 110,00.
- C R\$ 130,00.
- D R\$ 150,00.
- E R\$ 170,00.

Comentário:

O pacote promocional de 8 dias custa:

$$150 + 150 + 180 + 130 + 110 + 90 + 90 + 90 = 960 \text{ reais}$$

A hospedagem de 7 sete dias sem promoção custa:

$$7 \cdot 150 = 1050 \text{ reais}$$

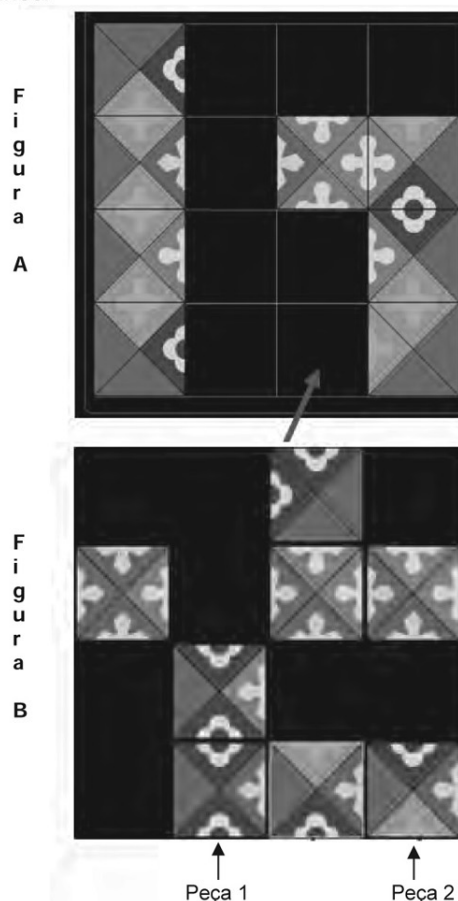
Logo, a economia optando pelo pacote promocional será de:

$$1050 - 960 = 90 \text{ reais}$$

Resposta: A

Questão 147

As figuras a seguir exibem um trecho de um quebra-cabeças que está sendo montado. Observe que as peças são quadradas e há 8 peças no tabuleiro da figura A e 8 peças no tabuleiro da figura B. As peças são retiradas do tabuleiro da figura B e colocadas no tabuleiro da figura A na posição correta, isto é, de modo a completar os desenhos.



Disponível em: <http://pt.eternityii.com>. Acesso em: 14 jul. 2009.

É possível preencher corretamente o espaço indicado pela seta no tabuleiro da figura A colocando a peça

- A 1 após girá-la 90° no sentido horário.
- B 1 após girá-la 180° no sentido anti-horário.
- C 2 após girá-la 90° no sentido anti-horário.
- D 2 após girá-la 180° no sentido horário.
- E 2 após girá-la 270° no sentido anti-horário.

Comentário:

Para preencher o quadrado indicado na figura A basta colocar a peça 2 após girá-la 90° no sentido anti-horário.

Resposta: C

PROVA COMENTADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

ENEM 2009/2010

Matemática e suas Tecnologias



**CURSO
POSITIVO**
Prepara melhor. Aprova mais.

Questão 148

A tabela mostra alguns dados da emissão de dióxido de carbono de uma fábrica, em função do número de toneladas produzidas.

Produção (em toneladas)	Emissão de dióxido de carbono (em partes por milhão – ppm)
1,1	2,14
1,2	2,30
1,3	2,46
1,4	2,64
1,5	2,83
1,6	3,03
1,7	3,25
1,8	3,48
1,9	3,73
2,0	4,00

Cadernos do Gestar II, Matemática TP3.
Disponível em: www.mec.gov.br. Acesso em: 14 jul. 2009.

Os dados na tabela indicam que a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas) é

- A inferior a 0,18.
- B superior a 0,18 e inferior a 0,50.
- C superior a 0,50 e inferior a 1,50.
- D superior a 1,50 e inferior a 2,80.
- E superior a 2,80.

Comentário:

A variação da quantidade emitida de dióxido de carbono pela variação da produção, nos dois primeiros períodos, foi de:

$$\frac{230 - 214}{12 - 11} = \frac{0,16}{0,1} = 1,6$$

Efetuando-se cálculo similar para os demais períodos, os valores encontrados seriam 1,6; 1,8; 1,9; 2,0; 2,2; 2,3; 2,5 e 2,7. Logo, a taxa média de variação é superior a 1,50 e inferior a 2,80.

Resposta: D

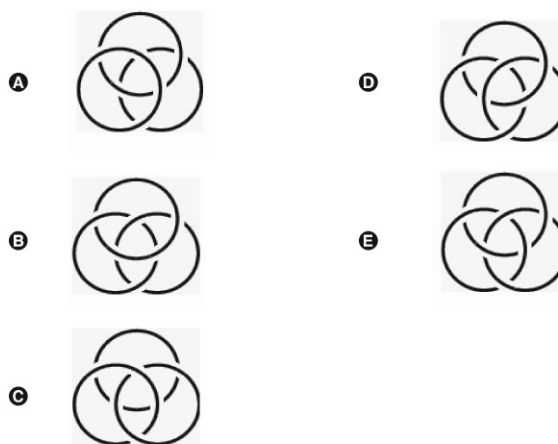
Questão 149

Em Florença, Itália, na Igreja de Santa Croce, é possível encontrar um portão em que aparecem os anéis de Borromeo. Alguns historiadores acreditavam que os círculos representavam as três artes: escultura, pintura e arquitetura, pois elas eram tão próximas quanto inseparáveis.



Scientific American, ago. 2008.

Qual dos esboços a seguir melhor representa os anéis de Borromeo?



Comentário:

A diferença entre as alternativas apresentadas está na sobreposição dos anéis. A alternativa correta deve apresentar a seguinte disposição espacial:



Resposta: E

PROVA COMENTADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

ENEM 2009/2010

Matemática e suas Tecnologias



**CURSO
POSITIVO**
Prepara melhor. Aprova mais.

Questão 150

Brasil e França têm relações comerciais há mais de 200 anos. Enquanto a França é a 5.^a nação mais rica do planeta, o Brasil é a 10.^a, e ambas se destacam na economia mundial. No entanto, devido a uma série de restrições, o comércio entre esses dois países ainda não é adequadamente explorado, como mostra a tabela seguinte, referente ao período 2003-2007.

Investimentos Bilaterais (em milhões de dólares)		
Ano	Brasil na França	França no Brasil
2003	367	825
2004	357	485
2005	354	1.458
2006	539	744
2007	280	1.214

Disponível em: www.cartacapital.com.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Os dados da tabela mostram que, no período considerado, os valores médios dos investimentos da França no Brasil foram maiores que os investimentos do Brasil na França em um valor

- A inferior a 300 milhões de dólares.
- B superior a 300 milhões de dólares, mas inferior a 400 milhões de dólares.
- C superior a 400 milhões de dólares, mas inferior a 500 milhões de dólares.
- D superior a 500 milhões de dólares, mas inferior a 600 milhões de dólares.
- E superior a 600 milhões de dólares.

Comentário:

De acordo com os dados da tabela o investimento médio da França no Brasil é dado por:

$$\frac{825 + 485 + 1458 + 744 + 1214}{5} = 945,2 \text{ milhões de dólares}$$

E o investimento médio do Brasil na França é dado por:

$$\frac{367 + 357 + 354 + 539 + 280}{5} = 379,4 \text{ milhões de dólares}$$

Assim, a diferença entre as médias de investimento é dada por:

$$945,2 - 379,4 = 565,8 \text{ milhões de dólares}$$

Resposta: d

Questão 151

Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R\$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R\$ 7,00.

De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas?

- A R\$ 14,00.
- B R\$ 17,00.
- C R\$ 22,00.
- D R\$ 32,00.
- E R\$ 57,00.

Comentário:

Com 50 pessoas, cada uma pagando x reais, o valor arrecadado deveria ser igual a:

$$50x + 510$$

Com o ingresso de mais 5 pagantes, cada uma das 55 pessoas deveria pagar $(x + 7)$ reais no total. Logo, o valor arrecadado seria:

$$55 \cdot (x + 7)$$

Como a despesa a ser paga é a mesma, temos:

$$55(x + 7) = 50x + 510$$

$$55x + 385 = 50x + 510$$

$$5x = 125$$

$$x = 25$$

Assim, a cota final de cada uma das 55 pessoas é igual a:

$$x + 7 = 25 + 7 = 32 \text{ reais}$$

Resposta: D

Questão 152

Técnicos concluem mapeamento do aquífero Guarani

O aquífero Guarani localiza-se no subterrâneo dos territórios da Argentina, Brasil, Paraguai e Uruguai, com extensão total de 1.200.000 quilômetros quadrados, dos quais 840.000 quilômetros quadrados estão no Brasil. O aquífero armazena cerca de 30 mil quilômetros cúbicos de água e é considerado um dos maiores do mundo.

Na maioria das vezes em que são feitas referências à água, são usadas as unidades metro cúbico e litro, e não as unidades já descritas. A Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (SABESP) divulgou, por exemplo, um novo reservatório cuja capacidade de armazenagem é de 20 milhões de litros.

Disponível em: <http://noticias.terra.com.br>. Acesso em: 10 jul. 2009 (adaptado).

Comparando as capacidades do aquífero Guarani e desse novo reservatório da SABESP, a capacidade do aquífero Guarani é

- A $1,5 \times 10^2$ vezes a capacidade do reservatório novo.
- B $1,5 \times 10^3$ vezes a capacidade do reservatório novo.
- C $1,5 \times 10^6$ vezes a capacidade do reservatório novo.
- D $1,5 \times 10^8$ vezes a capacidade do reservatório novo.
- E $1,5 \times 10^9$ vezes a capacidade do reservatório novo.

Comentário:

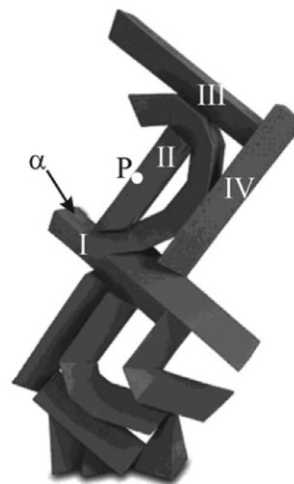
A razão entre as capacidades do aquífero guarani e do reservatório da SABESP é dada por:

$$\frac{30 \text{ mil km}^3}{20 \text{ milhões de litros}} = \frac{30 \cdot 10^3 \cdot (10^4 \text{ dm})^3}{20 \cdot 10^6 \text{ litros}} = \frac{30 \cdot 10^{15} \text{ dm}^3}{20 \cdot 10^6 \text{ litros}} = \frac{30 \cdot 10^{15} \text{ litros}}{20 \cdot 10^6 \text{ litros}} = 1,5 \cdot 10^9$$

Resposta: E

Questão 153

Suponha que, na escultura do artista Emanuel Araújo, mostrada na figura a seguir, todos os prismas numerados em algarismos romanos são retos, com bases triangulares, e que as faces laterais do poliedro II são perpendiculares à sua própria face superior, que, por sua vez, é um triângulo congruente ao triângulo base dos prismas. Além disso, considere que os prismas I e III são perpendiculares ao prisma IV e ao poliedro II.



Disponível em: www.escriitosriodearte.com.br. Acesso em: 28 jul. 2009.

Imagine um plano paralelo à face α do prisma I, mas que passe pelo ponto P pertencente à aresta do poliedro II, indicado na figura. A interseção desse plano imaginário com a escultura contém

- A dois triângulos congruentes com lados correspondentes paralelos.
- B dois retângulos congruentes e com lados correspondentes paralelos.
- C dois trapézios congruentes com lados correspondentes perpendiculares.
- D dois paralelogramos congruentes com lados correspondentes paralelos.
- E dois quadriláteros congruentes com lados correspondentes perpendiculares.

Comentário:

A disposição geométrica indica que a interseção do plano imaginário, paralelo à face α do prisma I e passando pelo ponto P, determina dois triângulos congruentes com lados correspondentes paralelos.

Resposta: A

PROVA COMENTADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

ENEM 2009/2010

Matemática e suas Tecnologias



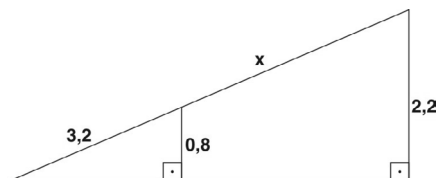
**CURSO
POSITIVO**
Prepara melhor. Aprova mais.

Questão 154

A rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 metros. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro. A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é

- ☐ A 1,16 metros. ☐ D 5,6 metros.
☐ B 3,0 metros. ☐ E 7,04 metros.
☐ C 5,4 metros.

Comentário:



Pela semelhança existente entre os triângulos retângulos relacionados, podemos escrever:

$$\frac{x + 3,2}{3,2} = \frac{2,2}{0,8}$$

$$\frac{x + 3,2}{3,2} = \frac{22}{8} = \frac{11}{4}$$

$$4x + 12,8 = 35,2$$

$$4x = 22,4$$

$$x = 5,6$$

Resposta: D

Questão 155

Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R\$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R\$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros.

Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R\$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona V e x é

- ☐ A $V = 10.000 + 50x - x^2$.
☐ B $V = 10.000 + 50x + x^2$.
☐ C $V = 15.000 - 50x - x^2$.
☐ D $V = 15.000 + 50x - x^2$.
☐ E $V = 15.000 - 50x + x^2$.

Comentário:

Se a cada centavo de desconto que concedia no litro de álcool eram vendidos 100 litros a mais por dia, então o valor arrecadado por dia V com a venda do álcool a cada X centavos de desconto dado no preço de cada litro, é dado por:

$$V = (1,50 - 0,01x) \cdot (10000 + 100x)$$

$$V = 15000 + 150x - 100x - x^2$$

$$V = 15000 + 50x - x^2$$

Resposta: D

Questão 156

Para cada indivíduo, a sua inscrição no Cadastro de Pessoas Físicas (CPF) é composto por um número de 9 algarismos e outro número de 2 algarismos, na forma d_1d_2 , em que os dígitos d_1 e d_2 são denominados dígitos verificadores. Os dígitos verificadores são calculados, a partir da esquerda, da seguinte maneira: os 9 primeiros algarismos são multiplicados pela sequência 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 (o primeiro por 10, o segundo por 9, e assim sucessivamente); em seguida, calcula-se o resto r da divisão da soma dos resultados das multiplicações por 11, e se esse resto r for 0 ou 1, d_1 é zero, caso contrário $d_1 = (11 - r)$. O dígito d_2 é calculado pela mesma regra, na qual os números a serem multiplicados pela sequência dada são contados a partir do segundo algarismo, sendo d_1 o último algarismo, isto é, d_2 é zero se o resto s da divisão por 11 das somas das multiplicações for 0 ou 1, caso contrário, $d_2 = (11 - s)$.

Suponha que João tenha perdido seus documentos, inclusive o cartão de CPF e, ao dar queixa da perda na delegacia, não conseguisse lembrar quais eram os dígitos verificadores, recordando-se apenas que os nove primeiros algarismos eram 123.456.789. Neste caso, os dígitos verificadores d_1 e d_2 esquecidos são, respectivamente,

- ☐ A 0 e 9. ☐ D 9 e 1.
☐ B 1 e 4. ☐ E 0 e 1.
☐ C 1 e 7.

Comentário:

Para o CPF de número 123.456.789- d_1d_2 , temos:

$$\bullet 10 \cdot 1 + 9 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 7 \cdot 4 + 6 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 4 \cdot 7 + 3 \cdot 8 + 2 \cdot 9 = 210$$

$$\begin{array}{r} 210 \mid 11 \\ 1 \mid 19 \\ \hline \end{array} \rightarrow r = 1 \rightarrow d_1 = 0$$

$$\bullet 10 \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 8 \cdot 4 + 7 \cdot 5 + 6 \cdot 6 + 5 \cdot 7 + 4 \cdot 8 + 3 \cdot 9 + 2 \cdot 0 = 244$$

$$\begin{array}{r} 244 \mid 11 \\ 2 \mid 22 \\ \hline \end{array} \rightarrow s = 2 \rightarrow d_2 = 11 - 2 = 9$$

Resposta: A

PROVA COMENTADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

ENEM 2009/2010

Matemática e suas Tecnologias



POSITIVO
Prepara melhor. Aprova mais.

Questão 157

Uma empresa que fabrica esferas de aço, de 6 cm de raio, utiliza caixas de madeira, na forma de um cubo, para transportá-las.

Sabendo que a capacidade da caixa é de 13.824 cm^3 , então o número máximo de esferas que podem ser transportadas em uma caixa é igual a

- A 4.
- B 8.
- C 16.
- D 24.
- E 32.

Comentário:

Seja $x \text{ cm}$ a medida da dimensão da caixa cúbica, temos:

$$x^3 = 13824$$

$$x^3 = 24^3$$

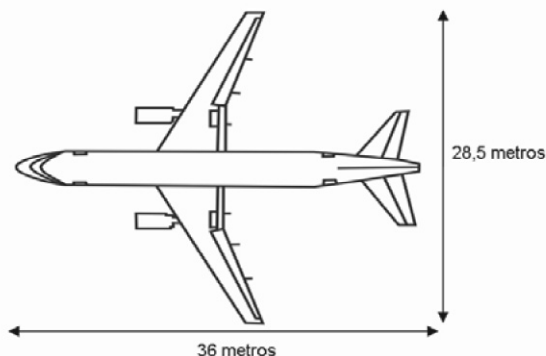
$$x = 24 \text{ cm}$$

Se o raio da esfera é igual a 6 cm, é possível transportar 8 esferas.

Resposta: B

Questão 158

A figura a seguir mostra as medidas reais de uma aeronave que será fabricada para utilização por companhias de transporte aéreo. Um engenheiro precisa fazer o desenho desse avião em escala de 1:150.



Para o engenheiro fazer esse desenho em uma folha de papel, deixando uma margem de 1 cm em relação às bordas da folha, quais as dimensões mínimas, em centímetros, que essa folha deverá ter?

- A $2,9 \text{ cm} \times 3,4 \text{ cm}$.
- B $3,9 \text{ cm} \times 4,4 \text{ cm}$.
- C $20 \text{ cm} \times 25 \text{ cm}$.
- D $21 \text{ cm} \times 26 \text{ cm}$.
- E $192 \text{ cm} \times 242 \text{ cm}$.

Comentário:

Seja x e y as dimensões do avião na folha, temos:

$$\frac{x}{2850 \text{ cm}} = \frac{y}{3600 \text{ cm}} = \frac{1}{150}$$

$$\text{Logo: } x = \frac{2850}{150} = 19 \text{ cm e } y = \frac{3600}{150} = 24 \text{ cm}$$

Deixando 1 cm em relação às bordas da folha, as dimensões mínimas devem ser 21 cm e 26 cm.

Resposta: D

PROVA COMENTADA PELOS PROFESSORES DO CURSO POSITIVO

ENEM 2009/2010

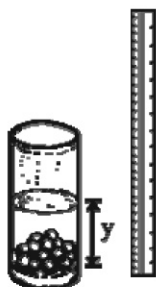
Matemática e suas Tecnologias



**CURSO
POSITIVO**
Prepara melhor. Aprova mais.

Questão 159

Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br.
Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

- A $y = 30x$.
- B $y = 25x + 20,2$.
- C $y = 1,27x$.
- D $y = 0,7x$.
- E $y = 0,07x + 6$.

Comentário:

Observe que $\frac{6,70 - 6,35}{10 - 5} = \frac{0,35}{5} = 0,07$ cm

Logo, a cada bola, o nível sobe 0,07 cm.

Retirando 5 bolas, o nível desce $5 \cdot 0,07 = 0,35$ cm, atingindo 6 cm. Assim, a expressão algébrica é dada por:

$$y = 0,07x + 6$$

Resposta: E

Questão 160

Uma cooperativa de colheita propôs a um fazendeiro um contrato de trabalho nos seguintes termos: a cooperativa forneceria 12 trabalhadores e 4 máquinas, em um regime de trabalho de 6 horas diárias, capazes de colher 20 hectares de milho por dia, ao custo de R\$ 10,00 por trabalhador por dia de trabalho, e R\$ 1.000,00 pelo aluguel diário de cada máquina. O fazendeiro argumentou que fecharia contrato se a cooperativa colhesse 180 hectares de milho em 6 dias, com gasto inferior a R\$ 25.000,00.

Para atender às exigências do fazendeiro e supondo que o ritmo dos trabalhadores e das máquinas seja constante, a cooperativa deveria

- A manter sua proposta.
- B oferecer 4 máquinas a mais.
- C oferecer 6 trabalhadores a mais.
- D aumentar a jornada de trabalho para 9 horas diárias.
- E reduzir em R\$ 400,00 o valor do aluguel diário de uma máquina.

Comentário:

Organizando as informações em uma tabela, temos:

dias	trabalha- dores	máquinas	horas/d	colheita/d	Custo
x	12	4	6	20	$12 \cdot 10 \cdot x + 1000 \cdot 4 \cdot x$

Se a cooperativa mantém a proposta, em 9 dias seriam colhidos $9 \cdot 20 = 180$ hectares de milho. Para tanto, seriam gastos:

$$12 \cdot 10 \cdot 9 + 1000 \cdot 4 \cdot 9 = 37080 \text{ reais}$$

Em 6 dias, a colheita seria de $6 \cdot 20 = 120$ hectares de milho. Caso a jornada de trabalho de cada trabalhador fosse 9 horas diárias, haveria um aumento de 50% na produtividade, ou seja, seriam colhidos $120 \cdot 1,50 = 180$ hectares de milho ao custo de:

$$12 \cdot 10 \cdot 6 + 1000 \cdot 4 \cdot 6 = 24720 \text{ reais}$$

Assim, o gasto seria inferior a R\$ 25000,00.

Resposta: D